Technická univerzita v Liberci

FAKULTA PŘÍRODOVĚDNĚ-HUMANITNÍ A PEDAGOGICKÁ

Katedra:	Ústav nových technologií a aplikované informatiky
Studijní program:	Učitelství pro střední školy
Studijní obor:	Informatika a výpočetní technika pro střední školy Matematika pro střední školy

Srovnání přístupu žáků různých ročníků osmiletých gymnázií k řešení vybraných úloh z informatiky

Comparison of Attitude of Students of Grammar Schools towards Solution of Selected Tasks from Informatics

Diplomová práce: 13-FP-NTI-001

Autor: Bc. Petra Červenková

Podpis:

Vedoucí práce: Ing. Lenka Kosková

Počet

stran	grafů	obrázků	tabulek	pramenů	příloh
95	12	31	24	25	2

V Liberci dne 28. 6. 2013

TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI
Fakulta přírodovědně-humanitní a pedagogická
Akademický rok: **2011/2012**

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení:	**Bc. Petra Červenková**
Osobní číslo:	**P11000692**
Studijní program:	**N7504 Učitelství pro střední školy**
Studijní obory:	**Učitelství matematiky pro střední školy**
	Učitelství informatiky a výpočetní techniky pro střední školy
Název tématu:	**Srovnání přístupu žáků gymnázií k řešení vybraných úloh z informatiky**
Zadávající katedra:	**Ústav nových technologií a aplikované informatiky**

Zásady pro vypracování:

Cílem práce je sestavit sbírku vybraných úloh z teoretické informatiky. Úlohy slouží k testování a rozvíjení logického a informatického myšlení žáků. Sbírka bude obsahovat úlohy podobné problému obchodního cestujícího, vykreslování map, Postovu problému a dalším klasickým příkladům z teorie informatiky. Úlohy budou zadány tak, aby byly atraktivní a pochopitelné pro různé věkové kategorie. Předpokládáme různé verze zadání jednoho problému. Součástí práce je také výzkum mapující, jak žáci k řešení úloh přistupují. Úlohy budou zadávány žákům různého věku a budou zadány opakovaně, a to nejméně dvakrát. Při prvním zadání nebude studentům nabídnuta žádná teoretická opora, při opakovaném a obměněném zadání ano. Cílem je srovnání, zda se přístup k řešení liší s teoretickou oporou a bez ní. Pro jeden problém proto existují nejméně dvě na první pohled odlišná zadání; navíc s verzemi pro různé věkové kategorie.
Doporučený postup:

1. Volba tří modelových problémů, jež budou zadány do výzkumu.
2. Formulace zadání pro nejméně dvě věkové kategorie, každá v nejméně dvou variantách pro výzkum.
3. Nalezení vhodné klasifikace pro srovnání kvality řešení a vhodného statistického modelu.
4. Zadání úloh v nejméně třech třídách, a to opakovaně s časovým odstupem.
5. Srovnání přístupu k řešení u jednotlivých žáků při opakovaném zadání, srovnání výsledků v rámci třídy a srovnání celkových výsledků jednotlivých tříd a vyslovení závěru.
6. Doplnění sbírky úloh o další podobné úlohy.

Rozsah grafických prací:	**dle potřeby**
Rozsah pracovní zprávy:	**cca 70 stran**
Forma zpracování diplomové práce:	**tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

- **Hendl, J.** *Přehled statistických metod: analýza a metaanalýza dat.* **3. vyd. Praha: Portál, 2009. ISBN 978-80-7367-482-3.**
- *Korespondenční seminář z programování.* **[online]. KSP, c2012. Dostupné z WWW: ⟨http://ksp.mff.cuni.cz/⟩.**
- **Pšenčíková, J.** *Algoritmizace.* **2. vyd. Kralice na Hané: Computer Media, 2009. ISBN 978-80-7402-034-6.**
- *Rámcové vzdělávací programy.* **[online]. MŠMT, c2006. Dostupné z WWW: ⟨http://www.msmt.cz/vzdelavani/skolskareforma/ramcove-vzdelavaci-programy⟩.**
- **Vaníček, J., a kolektiv.** *Teoretické základy informatiky.* **1. vyd. Praha: Kernberg, 2007. ISBN 80-903962-4-1.**

Vedoucí diplomové práce:	**Ing. Lenka Kosková** Ústav nových technologií a aplikované informatiky
Datum zadání diplomové práce:	**30. dubna 2012**
Termín odevzdání diplomové práce:	**26. dubna 2013**

doc. RNDr. Miroslav Brzezina, CSc.
děkan

L.S.

prof. Dr. Ing. Jiří Maryška, C
vedoucí ústavu

V Liberci dne 30. dubna 2012

Čestné prohlášení

Název práce: Srovnání přístupu žáků různých ročníků osmiletých gymnázií k řešení vybraných úloh z informatiky

Jméno a příjmení autora: Bc. Petra Červenková

Osobní číslo: P11000692

Byl/a jsem seznámen/a s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. o právu autorském, právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, zejména § 60 – školní dílo.

Prohlašuji, že má diplomová práce je ve smyslu autorského zákona výhradně mým autorským dílem.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci (TUL) nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro vnitřní potřebu TUL.

Užiji-li diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti TUL; v tomto případě má TUL právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Diplomovou práci jsem vypracovala samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím diplomové práce a konzultantem.

Prohlašuji, že jsem do informačního systému STAG vložila elektronickou verzi mé diplomové práce, která je identická s tištěnou verzí předkládanou k obhajobě a uvedla jsem všechny systémem požadované informace pravdivě.

V Liberci dne: 28. 6. 2013

Bc. Petra Červenková

Poděkování

Děkuji všem, bez kterých by tato práce nemohla vzniknout. Mé poděkování patří zejména paní Ing. Lence Koskové Třískové za vedení této diplomové práce, za její podporu a cenné rady při jejím psaní. Poděkovat bych chtěla i celé své rodině a přátelům, kteří mě velmi trpělivě podporovali při psaní této práce.

Anotace

V rámci této diplomové práce byla vytvořena sbírka úloh, která slouží k rozvoji logického a informačního myšlení žáků víceletých gymnázií. Úlohy jsou rozčleněny do dvou skupin. První skupina obsahuje úlohy, které jsou určeny pro žáky nižšího gymnázia, popřípadě žáky základních škol. Ve druhé skupině jsou pro svou obtížnost a strukturu zařazeny úlohy, které jsou určeny žákům vyššího gymnázia nebo středních odborných škol. Ve sbírce jsou zařazeny různé varianty typových úloh tak, aby jejich zadání bylo srozumitelné a atraktivní pro danou věkovou kategorii. Součástí práce je také testování vybraných úloh při výuce informačních a komunikačních technologií. Úlohy mohou sloužit především jako aktivačně-motivační prvek vyučovacích hodin. Testovány nebyly všechny úlohy, které jsou ve sbírce obsaženy. Úlohy byly testovány vždy dvě z vytvořeného přehledu tak, aby obsáhly různé věkové kategorie.

Klíčová slova: Rámcový vzdělávací plán, informační a komunikační technologie, teoretická informatika, problémová úloha, Moodle, srovnávání řešení

Annotation

For the purpose of this diploma thesis, a collection of tasks was created which help develop logical and information thinking in students of eight-year grammar schools. The tasks are divided into two categories. The first category contains tasks which are intended for grammar school pupils aged 10-15 and perhaps even for pupils of lower secondary schools of the same age. The other category contains tasks which, on account of their higher difficulty and structure, are intended for students of grammar schools and vocational schools aged 15-19. The collection includes various types of tasks, all of which were designed with the aim to be easy to understand and attractive for the pupils of the two age categories discussed. Testing selected tasks in classes of ICT is another part of the diploma thesis. Two tasks in each category were selected in order to be used for such testing purposes. The outcome of the testing is that the tasks can perform the function of activating and motivating pupils in the classes.

Keywords: Framework education programme, ICT, theoretical information technology, problem task, Moodle, a comparison of solutions

Zusammenfassung

Im Rahmen der vorliegenden Diplomarbeit wurde eine Sammlung von Übungen, die der logischen und informativen Entwicklung der Schüler an Gymnasien dient. Die Übungen werden in zwei Gruppen aufgeteilt. Die erste beinhaltet Aufgaben, die an Schüler der ersten Stuffe des Gymnasiums und an Schüler der zweiten Stuffe der Grundschule gerichtet wird. In die zweite Gruppe sind für ihre Schwierigkeit und ihr Struktur die Übungen eingegliedert, die an Schüler der zweiten Stuffe des Gymnasiums und an Schüler der Fachschule gerichtet werden. In der Übungssammlung werden verschiedene Varianten so gegliedert, dass ihre Struktur verständlich und atraktiv für jene Altersgruppe ist. Einen Teil der Arbeit bilden auchTesten für den Unterricht der Informations- und Kommunikationstechnologie. Die Übungen können als Aktivation und Motivation im Unterricht dienen. Nicht alle Übungen, die es in der Sammlung geben, wurden getestet. Es wurden immer zwei Übungen aus der gebildeten Übersicht getestet, damit verschiden Alterskategorie erreicht wurde.

Schlüsselwörter: Rahmenprogramm, Informations und Kommunikationstechnologien, teoretische Informatik, Problemübung, Moodle, Lösungskonfrontation

Seznam použitých zkratek

ICT	Informační a komunikační technologie
FP	Fakulta přírodovědně-humanitní a pedagogická
GFXS	Gymnázium Františka Xavera Šaldy
JERGYM	Gymnázium a Střední odborná škola pedagogická Jeronýmova, Liberec
NVP	Národní program vzdělávání
ŠVP GV	Školní vzdělávací program pro gymnázia
ŠVP ZV	Školní vzdělávací program pro základní školy
RVP	Rámcový vzdělávací program
RVP GV	Rámcový vzdělávací program pro gymnázia
RVP PV	Rámcový vzdělávací program pro primární vzdělávání
RVP SOV	Rámcový vzdělávací program pro střední odborné vzdělávání
RVP ZV	Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání
RVP ZV-LMP	Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání
TUL	Technická univerzita v Liberci

Obsah

Úvod

V současné době se stále více mluví o potřebách inovovat způsob vyučování téměř na všech typech škol. Výuka nemá spočívat ve spotřebovávání poznatků, které pasivním žákům předkládá aktivní učitel, ale naopak má žáka aktivizovat a mít spíše dovednostní charakter. Činnosti realizované ve škole vedou především k rozvoji schopnosti jasně, správně, efektivně a také rychle myslet. Je požadováno, aby jedinec dokázal sledovat linii problému, uvažoval nad možnými řešeními, chápal pojmy v kontextu a to jej vedlo k samostatnému zkoumání.

Na základě nového pojetí vzdělávání, které proběhlo po školské reformě v roce 2007/2008, se jednou ze vzdělávacích oblastí na základních školách (dále jen ZŠ), víceletých gymnáziích a středních odborných školách (dále jen SOŠ) stala oblast Informační a komunikační technologie (dále jen ICT), potažmo Informatika a informační a komunikační technologie (dále jen Informatika a ICT). Jedná se o jednu z nejdynamičtěji se rozvíjejících a expandujících oblastí. Stejně tak, jak se mění používané technologie a způsob jejich ovládání, mění se i aplikační software (dále jen SW), se kterým je třeba žáky naučit zacházet, což částečně omezuje a předdefinovává použité formy, metody a způsob výuky. Do jisté míry se zmenšuje prostor pro rozvíjení logického a informatického myšlení, které je základem celého oboru. Jádro informatiky spočívá zejména v určitém stylu myšlení, pomocí něhož se snažíme řešit problémy.

Cílem této diplomové práce je sestavení sbírky vybraných úloh z Teoretické informatiky, vytvoření e-learningové podpory pro učitele a také srovnání přístupů k řešení konkrétních úloh. Ke každému typovému problému jsou ve sbírce uvedena i různá zadání, která jsou s původními ekvivalentní.

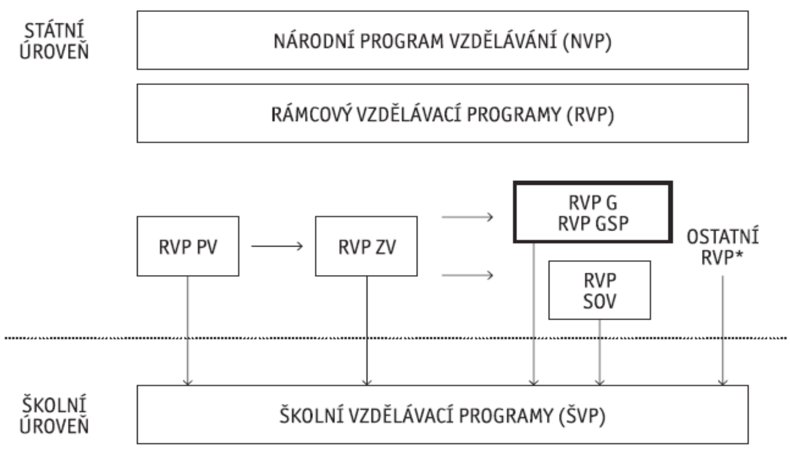
Zadání úloh bylo sestaveno na základě prostudování odborné psychologické literatury. Použity byly především práce zahraničních psychologů Jeana Piaget a Davida Fontany. K doplnění informací byly využity odborné publikace českého vývojového psychologa Josefa Langmeiera. Zadání je sestaveno tak, aby bylo atraktivní a pochopitelné pro různé věkové kategorie. První věkovou kategorií je starší školní věk, který reprezentuje žáky nižšího gymnázia potažmo 2. stupně základních škol. Druhou věkovou kategorií jsou adolescenti, kteří jsou typickými reprezentanty žáků vyššího gymnázia, potažmo středních odborných škol. Sbírka je členěna do tří kategorií. Každá z nich se věnuje jedné oblasti informatiky a typově podobným úlohám. V testovací skupině A jsou zařazeny úlohy, které směřují k pochopení algoritmizace. Ve skupině B naleznete úlohy, které jsou inspirovány teorií grafů. Poslední skupina C se zaměřuje na úlohy, které jsou určeny k rozvoji logiky. Sbírku vytvořenou v rámci této diplomové práce je vhodné brát jako jakýsi hravý úvod do informatiky. V hodinách Informačních a komunikačních technologií (dále jen ICT) je vhodné je zařadit na začátek hodiny, kdy mohou sloužit jako aktivačně-motivační prvek.

Součástí praktické části diplomové práce je sonda mapující přístup žáků k řešení úloh. Vybrané úlohy byly zadávány žákům víceletého gymnázia různého věku, a to dvakrát. Při prvním zadání nebyla žákům nabídnuta žádná teoretická opora. Žáci tedy k řešení přistupovali na základě svých dosavadních znalostí a zkušeností. Při opakovaném zadání stejného problému s obměněným zadáním již měli žáci k dispozici určité teoretické poznatky, znali optimální řešení a měli již dřívější zkušenost s řešením daného problému.

1 Rámcový vzdělávací program

V posledních letech prošlo české školství několika velkými změnami. Současné školství se řídí zákonem č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání (dále jen školský zákon), který vešel v platnost se začátkem školního roku 2007/2008. Struktura školské legislativy je následující. Na nejvyšší státní úrovni je vzdělávací systém popsán v Národním programu vzdělávání v České republice (dále jen NVP), který je více znám pod názvem Bílá kniha. Těžiště dokumentu spočívá především v návrhu východisek, dalších obecných záměrů v oblasti vzdělávání a kontinuálního rozvíjení programů, které výrazně podporují další rozvoj vzdělávací soustavy. NVP, mimo obecnou rovinu, ve které se odrážejí celospolečenské změny, směřuje ke konkretizaci témat, které mají školy dále zpracovávat. [24]

Dalšími závaznými dokumenty v hierarchii školské legislativy jsou Rámcové vzdělávací programy (dále jen RVP), jež jsou rozpracovány pro předškolní vzdělávání (dále jen RVP PV), základní vzdělávání (dále jen RVP ZV) a příloha upravující vzdělávání žáků s lehkým mentálním postižením (RVP ZV LMP), gymnaziální vzdělávání (RVP GV), střední odborné vzdělávání (dále jen RVP SOV) a dále pak ostatní RVP (pro základní umělecké vzdělávání, pro jazykové vzdělávání, případně další). Z obrázku 1 je zřejmé, že jednotlivé dokumenty na sebe navazují a postihují téměř všechny stupně českého školství. [2 s. 9]



Obrázek 1: Systém elementárních školských dokumentů [20 s. 5]

RVP stanovují minimální úroveň vzdělání, kterou musí školy respektovat. Součástí každého RVP je přehled doporučeného učiva. Výběr a zařazení učiva je pak na uvážení jednotlivých škol. Učivo bylo nově přerozděleno do devíti základních vzdělávacích oblastí, jejichž struktura přesně odpovídá požadavku na provázanost vzdělávacího obsahu s potřebami reálného života. Důraz je kladen na podporu komplexního přístupu k realizaci vzdělávacího obsahu, mezipředmětové vztahy a větší provázanost při sestavování plánů učiva. [24]

Obsah RVP ZV, podle kterého jsou vzděláváni i žáci na nižším stupni gymnázia, je rozdělen do devíti základních vzdělávacích oblastí. Do těchto oblastí jsou zařazeny vyučovací předměty, které jsou uvedeny za názvem vzdělávacích oblastí. Těmito oblastmi jsou [21 s. 18]:

- *Jazyk a jazyková komunikace: Český jazyk a literatura, cizí jazyk*
- *Matematika a její aplikace: Matematika a její aplikace*
- *Informační a komunikační technologie: Informační a komunikační technologie*
- *Člověk a jeho svět: Člověk a jeho svět*
- *Člověk a společnost: Dějepis, Zeměpis, Výchova k občanství*
- *Člověk a příroda: Fyzika, Chemie, Přírodopis, Zeměpis*
- *Umění a kultura: Hudební výchova, Výtvarná výchova, Dramatická výchova*
- *Člověk a zdraví: Výchova ke zdraví, Tělesná výchova*
- *Člověk a svět práce: Člověk a svět práce*

Obdobné členění nalezneme i u rámcových vzdělávacích programů pro vyšší stupeň gymnázia, které obsahují stejné oblasti jako v případě RVP ZV. Důvod je zřejmý, gymnázium poskytuje všeobecné vzdělání podobně jako základní škola, jen v jiné šířce a hloubce. V oblasti Informatiky dochází ke změně, na vyšším stupni gymnázia na oblast ICT navazuje odborněji a vědečtěji pojatá oblast Informatika a ICT. Obsah této oblasti již není zaměřen pouze na uživatelské zvládnutí prostředků ICT, ale i na pochopení principů algoritmizace, programování a především na rozvoj informatického myšlení.

Všem zmíněným RVP na úrovni konkrétních škol přímo podléhají příslušné Školní vzdělávací programy (dále jen ŠVP). Školy získaly pravomoc k vytváření svých vlastních školních vzdělávacích programů.

1.1 Vzdělávací oblast ICT a Informatika a ICT

Výuka oblasti ICT na 1. stupni základní školy připravuje žáka po praktické stránce. Témata jsou rozdělena do tří základních okruhů, těmi jsou: základy práce s počítačem, vyhledávání informací a komunikace, zpracování a využití informací. Ústředními tématy jsou především obsluha počítače, práce s dostupnými výukovými programy, pravidla bezpečného a zdravotně nezávadného používání počítače a výpočetní techniky. [21]

Na 2. stupni základní školy na tato témata navazují, rozšiřují a prohlubují je. Nová témata jsou členěna do dvou velkých celků, a to: vyhledávání informací a komunikace a následovně zpracování a využití informací. Nově jsou také zařazena další témata, těmi jsou především: hardware, textový a tabulkový editor, elektronická pošta a internet. Žák ZŠ si osvojuje a rozvíjí klíčové kompetence, které směřují k užívání počítače a jiných informačních technologií na elementární uživatelské úrovni. Dle obdobného schématu je realizována i výuka na nižším stupni víceletých gymnázií. Vzdělávání ve vzdělávací oblasti ICT směřuje k utváření a rozvíjení klíčových kompetencí tím, že vede žáka mimo jiné k [21 s. 34]:

- *poznání úlohy informací a informačních činností a k využívání moderních informačních a komunikačních technologií*
- *schopnosti formulovat svůj požadavek a využívat při interakci s počítačem algoritmické myšlení*
- *pochopení funkce výpočetní techniky jako prostředku simulace a modelování přírodních i sociálních jevů a procesů*

Na 3. stupni je zařazena oblast Informatika a ICT, v níž se žáci seznámí se základy informatiky jako vědního oboru. Dynamický rozvoj v oblasti Informatika a ICT vyžaduje (nejen od žáka) flexibilitu při přizpůsobování se inovovanému softwaru i hardwarovému zařízení. V neposlední řadě je třeba u žáků rozvíjet schopnost vzájemného propojování všech dosažených vědomostí a dovedností. Jak je uvedeno v RVP G: „*Informatika a ICT napomáhá rozvoji abstraktního, systémového myšlení, podporuje schopnost vhodně vyjadřovat své myšlenky, smysluplnou argumentací je obhajovat a tvůrčím způsobem přistupovat k řešení problémů.*“ [21 s. 63]

Na základě pochopení principů fungování prostředků ICT a teoretických informací nejen z této oblasti je dále rozvíjeno chápání podstaty a průběhu informačních procesů. Výuka směřuje především k algoritmickému přístupu při řešení různých problémů. Žák je veden k pochopení významné pozice prostředků ICT v systému moderní vědy a společnosti. Vyzkoušet si mohou také modelování přírodních, technických a sociálních procesů, což je jistě silný motiv k učení [21 s. 65]

V průběhu studia na gymnáziu je u studentů nadále podporován rozvoj klíčových kompetencí, které navazují a dále rozšiřují kompetence definované v RVP ZV. Na základě vhodného výběru učiva z této oblasti, jeho zařazení a propojení s dalšími vzdělávacími oblastmi jsou žáci vedeni mimo jiné k [20 s. 65]:

- *porozumění základním pojmům a metodám informatiky jako vědního oboru a k jeho uplatnění v ostatních vědních oborech a profesích*
- *uplatňování algoritmického způsobu myšlení při řešení problémových úloh*
- *využívání prostředků ICT k modelování a simulaci přírodních, technických a společenských procesů a k jejich implementaci v různých oborech*

Dosažením požadované úrovně výše zmíněných kompetencí je absolvent gymnázia zvýhodněn nejen na trhu práce, ale zejména při studiu na vysoké škole. Právě vzdělávací oblast Informatika a ICT rozvíjí žáka po mnoha stránkách a připravuje jej i pro další vzdělávací oblasti. Vytváří prostor pro mezipředmětové vztahy, čehož může pedagog využít a demonstrovat provázanost předmětů.

Výuka Informatiky a ICT na všech stupních škol rozvíjí u žáků především informatické, logické a analytické schopnosti. Při řešení úloh jsou žáci zcela záměrně nuceni k vyvíjení myšlenkového úsilí, které je nezbytně nutné k dosažení řešení. Tímto úsilím je podporován rozvoj i jiných schopností, jako je například vytrvalost. Velmi důležité jsou komplexně zadané aplikační úlohy, které vedou k použití získaných vědomostí a dovedností v rámci oborů, v jiných předmětech, ale především v reálném životě. Všechny uvedené způsoby vedou žáky k poznání vazeb mezi oblastmi Matematika a její aplikace a ICT, nebo Informatikou a ICT. Bezprostředně také dochází k pochopení vztahů mezi těmito vědními obory a dalšími disciplínami.

1.1.1 Specifické cíle vzdělávacích oblastí ICT a Informatika a ICT

Jak RVP ZV tak i RVP GV specifikuje cíle vzdělání na úrovni obecné tzv. klíčovými kompetencemi, které se dle stupně školy liší. Mimo obecné úrovně jsou charakterizovány i výstupy v jednotlivých vzdělávacích oblastech. Provázanost specifických cílů s cíly obecnými lze chápat jako utváření a rozvíjení pozitivních rysů osobnosti žáka, především pracovitosti, přesnosti, důslednosti, sebekontroly, odpovědnosti, vytrvalosti a schopnosti překonávat překážky. Dále jsou uvedeny specifické cíle oblasti ICT a Informatiky a ICT. [20, 21]

Výchovně vzdělávací proces v těchto oblastech směřuje k tomu, aby se žáci seznámili se základními pojmy informatiky jako vědy o zákonitostech vzniku, přenosu, uchovávání, zpracovávání, transformace, sdělování a využívání informací. Dále je kladen důraz na jejich orientaci ve stále rostoucím množství informací, v nejvýznamnějších informačních zdrojích, což vede žáka k odlišení podstatné informace od nepodstatné. Velmi důležité je také osvojení si informatických základů vědecké činnosti spočívajících ve shromažďování, třídění a vyhodnocování informací. Dále si klade za cíl pochopení základů hraničních, mezioborových vědních disciplín nezbytných pro pochopení a aplikaci informatiky. [20, 21]

Důležitou složku tvoří především osvojení si a rozvíjení algoritmického myšlení, dále pak umění odhadovat, kdy je výhodné zvolit řešení pomocí počítače a kdy je výhodnější řešení manuální či intelektuální. Z praktického hlediska je podstatné dokázat zvolit si v dynamickém a proměnlivém světě ICT optimální konfiguraci zařízení a programového vybavení. Tato schopnost vede žáky k adekvátnímu používání prostředků ICT jako pracovních nástrojů, které mohou využít nejen při řešení typicky školních problémů jakými jsou domácí úkoly, ale i k řešení běžných životních situací: tvorba vlastního dokumentu v odpovídající kvalitě jež je posuzována po všech stránkách (vizuální, gramatická, správnost,...), prezentace osoby samotné (vytvoření vlastní webové stránky, navázání kontaktu s osobami se stejnými zájmy, sebevzdělávání) a podobně. [20, 21]

1.2 Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace

Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace nalezneme jak v základním vzdělávání, tak i v gymnaziálním vzdělávání. Samozřejmě se liší v obsahu a rozsahu. V obou případech je tato vzdělávací oblast založena především na aktivních činnostech, které jsou typické pro práci s různými matematickými objekty. Těmi může být číslo, rovnice, proměnná nebo rovinný či prostorový útvar. Důležitou charakteristikou této oblasti je její aplikační ráz. Učivo matematiky, podobně jako v ostatních oblastech a předmětech, je úzce propojeno s reálnými životními situacemi. [20, 21]

1.2.1 Specifické cíle vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace

Podobně jako je tomu ve vzdělávacích oblastech ICT a Informatika a ICT, jsou i ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace určeny specifické cíle. Proces vzdělávání v této oblasti vede žáky jak na druhém, tak i na 3. stupni škol k získání vědomostí a dovedností z tématických celků uvedených v kmenovém učivu. Žáci se mají naučit samostatně analyzovat texty úloh a řešit je, zároveň odhadovat, hodnotit a zdůvodňovat výsledky úloh. V neposlední řadě mají být žáci schopni vyhodnocovat různé způsoby řešení a určit jejich efektivnost, s čímž souvisí ovládání specifického jazyka matematiky a matematické symboliky. Tato schopnost vede žáky k přesnému vyjadřování a zdokonalování grafického projevu. [20, 21]

Významnou roli hraje i pochopení induktivních a deduktivních postupů, logické stavby matematiky, což žákům umožňuje uvědomit si vzájemné vztahy mezi jednotlivými tematickými celky, matematizovat reálné situace, řešit problémy komplexního charakteru, a aplikovat své znalosti a dovednosti i mimo matematiku (fyzika, chemie, společenské vědy, finančnictví). Především poslední ze zmíněných dovedností umožňuje žákům pochopit matematiku jako součást kultury. [20, 21]

1.3 Mezipředmětové vztahy

Mezipředmětové vztahy se staly velkým tématem v důsledku nových tendencí, které probíhají v českém školství. Současný školský systém se zakládá na provázanosti učebního obsahu napříč vzdělávacími oblastmi a na výběru učiva v reakci na změny ve společnosti. Mezipředmětové vztahy jsou dány především učebními plány, konkrétním uspořádáním učiva a současně i realizací vyučovacího procesu. Důležitým posláním mezipředmětových vztahů je cílevědomé navazování a propojování vědomostí a dovedností z různých oblastí. Aplikace poznatků z různých oblastí a aktualizování vztahů mezi jevy a procesy vede především k rozvoji logického myšlení žáků. Je tedy velmi nutné, aby bylo učivo žákům předkládáno komplexně se vzájemnou spojitostí. [20, 21]

Mezipředmětové vztahy vyplývají z obsahu učiva, z jeho věcného a časového uspořádání do konkrétních předmětů a ročníků. Velmi intuitivně vnímáme bez předchozího poučení propojení například přírodovědných předmětů (přírodověda nebo biologie a chemie), společenskovědních předmětů (český jazyk a literatura a dějepis), technických a jiných předmětů. V této práci je pozornost věnována mezipředmětovým vztahům mezi ICT, potažmo Informatikou a ICT, a oblastí Matematika a její aplikace.

1.4 Rozvoj informatického, matematického a logického myšlení

Myšlení je nejvyšší forma aktuálního odrazu objektivní skutečnosti, spočívající v cílevědomém, zprostředkovaném a zobecněném poznávání podstatných souvislostí a vztahů předmětu subjektem, ve vytváření nových idejí, v předvídání událostí a činů lidí. Myšlení vzniká a realizuje se v procesu kladení a řešení praktických i teoretických problémů. Opírá se o smyslovou zkušenost, avšak na rozdíl od smyslového odrazu, jeho výsledky přepracovává, poskytuje možnost získávat poznatky o takových vlastnostech a vztazích předmětů, jež jsou bezprostřednímu smyslovému poznání nedostupné. Proces myšlení se opírá o myšlenkové operace, mezi které patří: srovnávání, řazení, třídění, analýza, syntéza, indukce a dedukce [7]

Rozvoj informatického myšlení je rozvoj a podporování forem myšlení, o které se vzdělávací oblast ICT a Informatika a ICT opírají. Těmi jsou především formy analytické a rozhodovací. S tím úzce souvisí rozvoj matematického a logického myšlení, které pomáhá rozpoznat správné myšlenkové postupy: zjistit co je a co není pravdivé, rychleji a lépe se orientovat v množství různorodých informací, zrychlit proces rozhodování a zvýšit kvalitu rozhodnutí. Hlavním důvodem uplatnění rozvoje informatického, matematického a logického myšlení v procesu vzdělávání je především fakt, že jsou velice účinným nástrojem k analýze. [4 s. 7-8]

2 Teoretická informatika

Termín informatika je globálně používán především od šedesátých let 20. století, kdy došlo k masivnímu rozvoji informačních a komunikačních technologií. Nově vzniklý obor se intenzivně rozvíjel a dále členil na vysoce specializované oblasti. Jednou z nich je takzvaná Teoretická informatika, která se zabývá především matematickými základy informatiky, teorií automatů a gramatik a z nich vyplývající teorie složitosti a vyčíslitelnosti. Tato různorodost zkoumaných oblastí ukazuje na univerzalitu modelů. K popisu modelů se používá matematických prostředků, především prostředky matematické algebry a logiky. [9, 25]

2.1 Klasické úlohy Teoretické informatiky

V rámci teoretické informatiky existují známé modelové úlohy, například problém obchodního cestujícího, Postův problém, problém čtyř barev, problém čínského pokoje a mnoho dalších. Pro tuto diplomovou práci bylo zvoleno několik typových úloh, s nimiž bylo podrobněji pracováno. Na základě prostudování především RVP ZV a RVP GV byly vytvořeny tři skupiny problémů. Při volbě úloh pro jednotlivé skupiny problémů byl brán zřetel především na provázanost se vzdělávacími oblastmi ICT a Informatika a ICT. Ve sbírce jsou úlohy členěny do tří skupin – A, B a C. [9]

Úlohy ve skupině A jsou zaměřeny především na rozvoj algoritmického řešení úloh. Skupina úloh označena jako B je volně inspirována teorií grafů, která je přizpůsobena věku žáků. Poslední skupinou jsou úlohy, které přispívají k rozvoji logického myšlení, úsudku a rozhodování. Tato skupina je označena jako skupina C. Zadání každé úlohy je detailně popsáno pomocí několika základních charakteristik, kterými jsou: náročnost, věk, čas, zaměření a komplexní zadání úlohy, jež obsahuje slovní zadání a doprovodné obrázky, které pedagogům usnadňují orientaci ve sbírce.

Jednotlivé charakteristiky úloh byly sestaveny na základě průběžného testování úloh na Gymnáziu Františka Xavera Šaldy v Liberci (dále jen GFXS) v září 2012 a lednu 2013. Náročnost každé úlohy je charakterizována možnými variantami: nízká, střední a velmi těžká. Náročnosti úlohy úměrně odpovídá i množství času, který je nutný k vyřešení úlohy. Další charakteristikou je čas, který byl určen jako průměrná délka řešení úlohy a nepřekračuje délku 10 minut. Relativně krátká doba řešení úlohy umožňuje její zařazení do běžné vyučovací hodiny. Na základě prostudování odborné psychologické literatury byly zvoleny dvě věkové kategorie: starší školní věk a adolescent. Doporučení v podobě věkové kategorie, pro kterou jsou úlohy určeny, nemusí být za všech okolností dodrženo. I mladší žáci jsou zpravidla schopni úlohu vyřešit, ale liší se především příprava pro zadání úlohy (teoretické vymezení a praktické zkušenosti) a následně také množství času, které žáci k řešení minimálně potřebují.

V závěru tohoto přehledu je uvedeno zadání pro každou úlohu, které bylo sestaveno tak, aby bylo srozumitelné, jednoznačné a atraktivní. Zpravidla následuje zadání úlohy v podobě obrázků nebo schémat. Součástí modelových úloh je i optimální řešení úlohy a další alternativy zadání úloh. Některé z úloh lze snadno popsat pomocí matematického zápisu. Cesty ke správnému řešení je možno zapsat matematickými pojmy a metodami, přesto jsme pro tuto diplomovou práci zvolili slovní popis řešení, který je doplněn o obrázek, schéma a podobně. [12, 13]

2.2 Charakteristika použitých oblastí

Teoretickými východisky pro volbu tří skupin byly využity především vzdělávací oblasti ICT a Informatika a ICT. Dále byla zpracována i vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace.

Skupina A je zaměřena na rozvoj algoritmického myšlení, vede žáky především k formalizaci zápisu úlohy (rozlišujeme formální a neformální zápis). V této práci jsme se věnovali pouze úlohám formálním. Jedná se o úlohy, které lze řešit právě algoritmicky. Žáky seznamují především s třídícími algoritmy. [10 s. 1-3]

Již v cílovém zaměření vzdělávací oblasti ICT na 2. stupni ZŠ je uvedeno: „*Vzdělávání v dané vzdělávací oblasti směřuje k utváření a rozvíjení klíčových kompetencí tím, že vede žáka k schopnosti formulovat svůj požadavek a využívat při interakci s počítačem algoritmické myšlení.*“ [21 s. 34]

Tato oblast již není více rozpracována a není ani uvedena v doporučeném učivu. Závisí vždy na škole, potažmo na konkrétním pedagogovi, zda vůbec, případně do jaké míry algoritmizaci do vyučování zařadí. S algoritmizací se setkáme v charakteristice vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace. V RVP ZV je uvedeno: „*Vzdělávání klade důraz na důkladné porozumění základním myšlenkovým postupům* *a pojmům matematiky a jejich vzájemným vztahům. Žáci si postupně osvojují některé pojmy, algoritmy, terminologii, symboliku a způsoby jejich užití.*“ [21 s. 29]

Zmínku o algoritmech nalezneme i v cílovém zaměření vzdělávací oblasti, kde jsou algoritmy vždy ve spojitosti s prioritami operací a užitím matematických vzorců [21 s. 29-30]:

- *Rozvíjení paměti žáků prostřednictvím numerických výpočtů a osvojováním si nezbytných matematických vzorců a algoritmů.*
- *Vytváření zásoby matematických nástrojů (početních operací, algoritmů, metod řešení úloh) a k efektivnímu využívání osvojeného matematického aparátu.*

Na 3. stupni školy se s tímto tímto tématem setkáváme v rámci vzdělávací oblasti Informatika a ICT. Již v charakteristice je uvedeno, že žák je veden k algoritmickému přístupu k řešení úloh. Cílové zaměření této vzdělávací oblasti uvádí: „*Vzdělávání v dané vzdělávací oblasti směřuje k utváření a rozvíjení klíčových kompetencí tím, že vede žáka k uplatňování algoritmického způsobu myšlení při řešení problémových úloh.*“ [20 s. 63]

Algoritmizace je začleněna do oblasti zpracování a prezentace informací. Nalezneme zde i vymezení témat učiva: algoritmus, zápis algoritmu, úvod do programování. Téma algoritmizace je do jisté míry zpracováno i v oblasti Matematika a její aplikace. Její cílové zaměření opět uvádí rozvíjení algoritmického myšlení, a to následovně: „*Vzdělávání v dané vzdělávací oblasti směřuje k utváření a rozvíjení klíčových kompetencí tím, že vede žáka k vytváření zásoby matematických pojmů, vztahů, algoritmů a metod řešení úloh a k využívání osvojeného matematického aparátu.*“ [20 s. 65]

Druhá skupina úloh, která je označena písmenem B, se zaměřuje především na úlohy spojené s oblastí teorie grafů. Tato oblast, jakožto část diskrétní matematiky, je rychle se rozvíjející oblastí matematiky, jež je velmi úzce spojena s teoretickou, ale i s aplikovanou informatikou. Kořeny teorie grafů sahají až do 18. a 19. století. Avšak teprve s rozvojem informatiky jako vědní disciplíny došlo k vytvoření teoretických pojmů a zásadních otázek. Třebaže grafy jsou jen jednou z mnoha struktur, vydobyly si svou užitečností a především názorností velmi důležité místo nejen v matematice. Znalost teorie grafů se jeví jako nezbytná ve většině oblastí informatiky. [3]

Jedná se o velmi náročné téma a proto se s ním žáci na 2. a 3. stupni škol téměř nesetkají. Bohužel ani v jedné ze vzdělávacích oblastí, tedy v oblasti ICT a ani v oblasti Informatika a ICT, nejsou zmíněny žádné partie z oblasti základů teorie grafů. Ačkoliv v oblasti Matematika a její aplikace jsou žáci soustavně seznamováni s pojmem graf. V tomto případě se jedná o vyjádření funkční závislosti, nikoliv o graf v pojetí teorie grafů. O teorii grafů nebo některé dílčí partii této oblasti se nezmiňuje ani RVP GV, i přesto byla tato skupina úloh do sbírky začleněna. Teoretickým východiskem pro tuto skupinu úloh bylo nalezení shodných struktur v rámci rozvoje klíčové kompetence, a to kompetence k řešení problému.

Úlohy, které jsou uvedeny ve sbírce pod pojmem základy teorie grafů, jsou zaměřeny především na hledání hamiltonovské cesty. Úlohy, jejichž hlavním motivem je převážení osob, jsou ve své podstatě zaměřeny na prohledávání stavového prostoru a s tím související vhodnou reprezentací dat. [3]

Třetí a zároveň i poslední oblastí, na kterou jsou úlohy zaměřeny, je logika. Logika je věda o obecně platných zákonitostech myšlení a zákonitostí procesu rozhodování. Její počátky sahají do 4. století před naším letopočtem. Myšlenkové proudy vycházející z matematiky a filosofie jsou patrné ještě dnes. Jednou z oblastí matematiky je výroková logika, která je někdy označována jako matematická logika. Až ve druhé polovině 20. století, v souvislosti s rozvojem výpočetní techniky, získala logika nové uplatnění, především v teorii automatického zpracování informací, což je jeden z důvodů, proč byla tato oblast do sbírky začleněna. [16 s. 6-8]

I začlenění této oblasti do sbírky bylo podřízeno RVP ZV a RVP GV. Ačkoliv se s touto oblastní v rámci ICT a Informatiky a ICT nesetkáme vůbec, je možné nalézt prvky logiky, jakožto vědní disciplíny, opět ve vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace a následně v oblasti Člověk a společnost. Absence témat logiky v informatických vzdělávacích oblastech není nijak omezující, neboť právě celý výchovně-vzdělávací proces vede žáky k rozvoji samostatného, kritického a logického myšlení. Jak je uvedeno v RVP ZV: „*Základní vzdělávání má žákům pomoci utvářet a postupně rozvíjet klíčové kompetence a poskytnout spolehlivý základ všeobecného vzdělání orientovaného zejména na situace blízké životu a na praktické jednání. Podněcovat žáky k tvořivému myšlení, logickému uvažování a k řešení problémů.“* Je tedy dlouhodobým cílem základního vzdělávání. [21 s. 12]

Na základě podrobné analýzy RVP ZV byly nalezeny i další souvislosti mezi dalšími vzdělávacími oblastmi, průřezovými tématy a dílčími partiemi logiky. Například již ve vymezení a charakteristice klíčových kompetencí, konkrétně u kompetence k řešení problémů, je uvedeno, že po absolvování povinné školní docházky žák samostatně řeší problémy s využitím vhodných způsobů řešení. Při jejich řešení používá různé logické, matematické a empirické postupy. [21]

Jak již bylo zmíněno, logika úzce souvisí s matematikou. Již v charakteristice vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace nalezneme několik odkazů, které se právě logikou zabývají. V RVP ZV je velmi výstižně uvedeno: „*Důležitou součástí matematického vzdělávání jsou nestandardní aplikační úlohy a problémy, jejichž řešení může být do značné míry nezávislé na znalostech a dovednostech školské matematiky, ale při němž je nutné uplatnit logické myšlení. Tyto úlohy by měly prolínat všemi tematickými okruhy v průběhu celého základního vzdělávání. Žáci se učí řešit problémové situace a úlohy z běžného života, pochopit a analyzovat problém, utřídit údaje a podmínky, provádět situační náčrty, řešit optimalizační úlohy.*“ [21 s. 29]

I na 3. stupni se opět setkáváme s logikou. Ani v tomto případě nejsou partie logiky začleněny do vzdělávací oblasti Informatika a ICT. Podobně jako tomu je v RVP ZV, je logika zařazena především do oblasti Matematika a její aplikace. I zde je v cílovém zaměření vzdělávací oblasti uvedeno následující: „*Vzdělávání v dané vzdělávací oblasti směřuje k utváření a rozvíjení klíčových kompetencí tím, že vede žáka k rozvoji logického myšlení a úsudku, vytváření hypotéz na základě zkušenosti nebo pokusu, k jejich ověřování nebo vyvracení pomocí protipříkladů.*“ [20 s. 22] Ve výčtu vzdělávacího obsahu pro tuto oblast je uvedena jen výroková (matematická) logika.

Úlohy, které jsou uvedeny ve sbírce a označeny písmenem B, jsou velmi různorodé. Jedná se o kombinaci úloh, které jsou velmi zajímavé a pro žáky velmi poutavé. I v tomto případě je možné nalézt ve většině úloh jistý matematický základ. Zpravidla jde úlohu převést na ekvivalentní rovnici, avšak použití matematického aparátu k vyřešení úlohy není nutnou podmínkou. K vyřešení lze použít i mnoho různorodých přístupů, které zahrnují i logickou úvahu.

2.3 Hodnocení RVP ZV a RVP GV vzhledem k použitým oblastem

Z jednotlivých charakteristik je zřejmé, jak úzce spolu v mnoha případech souvisejí. V případě této diplomové práce byla zkoumána především provázanost oblasti ICT, nebo v případě třetistupňového vzdělávání Informatika a ICT, a vzdělávací oblast Matematika a její aplikace. Prostudovány byly i zbylé oblasti RVP ZV a RPV GV. Tyto oblasti však nezahrnují témata, na která je zaměřená tato diplomová práce.

Jak již bylo ukázáno, tři zmiňovaná témata těchto vzdělávacích oblastí se prolínají. Je třeba zdůraznit, že témata jsou vždy pojata z jiného úhlu pohledu, který je charakteristický právě pro tu oblast, do které je zařazen. Příčin provázanosti probírané látky je hned několik. Opustíme-li již zmíněnou blízkost obou oblastí, je nutné uvést i minimální množství vyučovacích hodin, které jsou v RVP pro každou oblast určeny. Podrobný přehled je uveden jak v RVP ZV, tak v RVP GV pod názvem Rámcový vzdělávací plán. Příslušná suma vyučovacích hodin za jeden týden musí být v rámci určeného období vždy vyčerpána. V RVP ZV jsou uvedeny počty hodin zvlášť pro 1. stupeň (1. - 5. třídu) a 2. stupeň (6. - 9. třídu), viz tabulka 1.

Tabulka 1: Rámcový učební plán dle RVP ZV [RVP ZV]

Vzdělávací oblasti	Vzdělávací obory	1. stupeň	2. stupeň
		1. -5. ročník	6. - 9. ročník
		Minimální časová dotace	
Jazyk a jazyková komunikac	Český jazyk a literatura	35	15
	Cizí jazyk	9	12
Matematika a její aplikace		20	15
Informační a komunikační technologie		1	1
Člověk a společnost	Dějepis	-	11
	Výchova k občanství		
Člověk a příroda	Fyzika	-	21
	Chemie	-	
	Přírodopis	-	
	Zeměpis	-	
Umění a kultura	Hudební výchova	12	10
	Výtvarná výchova		
Člověk a zdraví	Výchova ke zdraví	-	10
	Tělesná výchova	10	
Člověk a svět práce		5	3
Průřezová témata		P	P
Disponibilní časová dotace		14	24
Celková povinná časová dotace		**118**	**122**

Z tabulky 1 je patrné, že na 1. stupni základní školy žáci musí absolvovat alespoň jednu hodinu ICT v libovolném ročníku. Nejčastěji bývá tato hodina zařazena do 5. ročníku ZŠ. S povinným počtem hodin je tomu obdobně i na 2. stupni. Škola samotná určí, ve kterém ročníku, případně ročnících, tuto hodinu zařadí. V obou případech se jedná o minimální počet hodin. ZŠ mají k dispozici na 1. stupni 14 disponibilních hodin a na 2. stupni dalších 24 hodin. Využití disponibilní časové dotace je plně v kompetenci a odpovědnosti ředitele školy a je závazné. Tyto hodiny jsou určeny především k realizaci průřezových témat, k zavedení dalších vyučovacích předmětů nebo pro profilaci škol. Další možností je využít disponibilní hodiny k posílení časové dotace jednotlivých vzdělávacích oblastí (oborů). Je tedy možné využít je právě k navýšení počtu hodin ICT. [21 s. 85]

Podobná situace nastává i u srovnání obou oblastí v rámcovém učebním plánu dle RVP GV. Tentokrát jsou počty hodin členěny pro danou vzdělávací oblast do ročníků. Podrobný rozpis minimálního počtu hodin, které jsou zařazeny do týdenního plánu v daném ročníku, je uveden v tabulce 2. V případě Geografie je uveden ve výčtu oborů u obou vzdělávacích oblastí, tedy Člověk a příroda Člověk a společnost. Avšak kvůli zachování obsahové celistvosti vzdělávacího oboru Geografie je jeho vzdělávací obsah uveden pouze u oblasti Člověk a příroda. V případě vzdělávacích oblastí Člověk a svět práce a Člověk a zdraví, konkrétně u Výchovy ke zdraví, je vzdělávací obsah vzdělávací oblasti (oboru) vymezený v RVP GV a musí být v průběhu vyznačeného období do ŠVP zařazen. ŠVP pak stanovuje, v jakém ročníku (ročnících) a jakým způsobem se vzdělávací obsah realizuje. Souhrnná časová dotace v jednotlivých ročnících musí být vždy minimálně 27 hodin a maximálně 35 hodin. [20]

V tomto rámcovém učebním plánu, který shrnuje množství hodin v jednotlivých vzdělávacích oblastech dle platného RVP GV, je zřejmé, že gymnázia, potažmo jejich ředitelé a pedagogové, mají mnohem větší pravomoc pro sestavování profilace školy. Z tabulky 2 je patrné, že i v této etapě vzdělávání je množství hodin, které jsou určeny na oblast Matematika a její aplikace, mnohem vyšší než v oblasti Informatika a ICT, pro níž jsou určeny pouze 4 hodiny. I v tomto případě mohou být k navýšení počtu hodin použity disponibilní hodiny. [20]

Tabulka 2: Rámcový vzdělávací plán dle RVP GV [RVP GV]

<table>
<tr><th rowspan="2">Vzdělávací oblasti</th><th rowspan="2">Vzdělávací obory</th><th colspan="4">Ročník</th><th>Minimální časová dotace</th></tr>
<tr><th>1.</th><th>2.</th><th>3.</th><th>4.</th><th></th></tr>
<tr><td rowspan="3">Jazyk a jazyková komunikace</td><td>Český jazyk a literatura</td><td>P</td><td>P</td><td>P</td><td>P</td><td>12</td></tr>
<tr><td>Cizí jazyk</td><td>P</td><td>P</td><td>P</td><td>P</td><td>12</td></tr>
<tr><td>Další cizí jazyk</td><td>P</td><td>P</td><td>P</td><td>P</td><td>12</td></tr>
<tr><td colspan="2">Matematika a její aplikace</td><td>P</td><td>P</td><td>P</td><td>V</td><td>10</td></tr>
<tr><td colspan="2">Informatika a informační a komunikační technologie</td><td>V</td><td>V</td><td>V</td><td>V</td><td>4</td></tr>
<tr><td rowspan="6">Člověk a příroda</td><td>Souhrnně</td><td>P</td><td>P</td><td>V</td><td>V</td><td rowspan="10">36</td></tr>
<tr><td>Fyzika</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Chemie</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Biologie</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Geografie</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Geologie</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">Člověk a společnost</td><td>Souhrnně</td><td>P</td><td>P</td><td>V</td><td>V</td></tr>
<tr><td>Občanský a společenskovědní základ</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Dějepis</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Geografie</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Člověk a svět práce</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Umění a kultura</td><td>Hudební obor</td><td>P</td><td>P</td><td>V</td><td>V</td><td>4</td></tr>
<tr><td>Výtvarný obor</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">Člověk a zdraví</td><td>Tělesná výchova</td><td>P</td><td>P</td><td>P</td><td>P</td><td>8</td></tr>
<tr><td>Výchova ke zdraví</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr>
<tr><td>Umění a kultura</td><td>Hudební výchova</td><td>P</td><td>P</td><td>V</td><td>V</td><td>4</td></tr>
<tr><td></td><td>Výtvarná výchova</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Volitelné vzdělávací aktivity</td><td>V</td><td>V</td><td>P</td><td>P</td><td>8</td></tr>
<tr><td colspan="2">Průřezová témata</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>X</td></tr>
<tr><td colspan="2">Disponibilní časová dotace</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>26</td></tr>
<tr><td colspan="2">Celková povinná časová dotace</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>132</td></tr>
<tr><td colspan="7">Vysvětlivky:
P – vzdělávací obsah oborů dané vzdělávací oblasti musí být zařazeny v příslušném ročníku (ročnících)
V – zařazení vzdělávacího obsahu oborů dané vzdělávací oblasti do ročníku/ů stanovuje ŠVP
X – časovou dotaci stanovuje ŠVP</td></tr>
</table>

3 Charakteristika vývojových období

V oblasti vývojové psychologie se můžeme setkat s periodizací vývoje například dle fyzického věku, dosažení stupně samostatnosti, úrovně abstrakce myšlení a podobně. Pro každé vývojové období jsou charakteristické změny ve třech základních oblastech. Nejpatrnější jsou změny v oblasti fyzické, neméně důležité jsou pak změny, kterými jedinec projde po stránce emocionální a psychické. Níže jsou popsána vývojová období starší školní věk a adolescence. Jedná se o etapy vývoje jedince, pro něž je sbírka především určena. Při vytváření sbírky byly respektovány především zvláštnosti kognitivního vývoje žáků s ohledem na používané myšlenkové formy a struktury dle švýcarského psychologa Jeana Piageta. Ke komplexnímu pojetí informací byly použity i práce českého psychologa Josefa Langmeiera.

3.1 Starší školní věk

Toto vývojové období je charakteristické nápadným dozráváním a dospíváním organismu po všech stránkách. Nejpatrnější jsou změny v oblasti tělesného rozvoje. Stejně velkolepé jsou i změny v oblasti psychiky. Na jedincích v tomto věku lze pozorovat zvýšené sebepozorování a kritičnost nejen k sobě samému, ale především ke svému okolí. Velmi nápadný je rozvoj abstraktního myšlení a hlavně logického myšlení. Vývojová etapa není přesně ohraničena věkem jedince. Tato skutečnost plyne především z markantních interpersonálních rozdílů. Rozdíly se týkají všech tří stránek rozvoje, stránky psychické, fyzické i sociální. [11]

Starší školní věk je vývojové období, které lze charakterizovat věkem od 11 (12) do 14 (15) let. Uvedená léta jsou spíše informativní, vždy je třeba dbát na interpersonální rozdíly. V jednotlivých oblastech může docházet k nesouměrnému vývoji. Z biologického hlediska je začátek období vymezen prvními známkami pohlavního zrání. Již v této oblasti dochází k genderovým odlišnostem. U chlapců nastupuje pohlavní zrání asi o rok později než u děvčat. [11]

Kognitivní vývoj dochází, dle Jeana Piageta, do fáze formálně logického myšlení. Jedinec dokáže přemýšlet i o věcech, které si nelze názorně představit. Rozvíjí se schopnost chápat i velmi abstraktní pojmy, což vede k uvažování o různých alternativách řešení konkrétního problému. Jedinec dokáže flexibilně vytvářet hypotézy, které si dokáže ověřit při experimentech nebo na základě komplexní úvahy. Dosažení etapy formálních operací lze poznat především ze schopnosti aplikovat logické operace nezávisle na obsahu soudů. Současně probíhá vývoj vnímání. Nejrychleji se rozvíjí zrakové vnímání, které dosahuje v tomto období maximální úrovně. Opět zde najdeme úzkou souvislost s rozvojem abstraktního myšlení. Představy jsou oproti mladšímu školnímu věku méně živé a ztrácí na konkrétnosti. Dochází k vyššímu pochopení principů morálky, což pomáhá utvářet vlastní žebříček hodnot. Rozvoj myšlení vždy úzce souvisí s rozvojem řeči. U jedinců stále roste slovní zásoba, která je provázena narůstající složitostí větné stavby i celkové výrazové schopnosti. Všechna zmíněná fakta souvisejí především s procesem učení. Jedinec je schopen se mnohem účinněji učit na základě poznání logických souvislostí. Oproti mladšímu školnímu věku ztrácí schopnost osvojování si materiálu, který nedává smysl. Memorování je nahrazeno pochopením látky na základě logických vazeb. [7 s. 116-118]

Rozdíly mezi chlapci a dívkami jsou v tomto období výrazné. Proces dospívání nastupuje u dívek dříve. Dívky jsou proto výrazně vyspělejší než chlapci stejného věku. Dochází k větší diferenciaci schopností a zájmů. Rozdíly je třeba respektovat při práci s dětmi, v přístupu k nim, ve volbě motivace. Dívky jsou obecně (díky větší sociální vyspělosti) většinou obratnější v jednání s dospělými. Dokáží se diplomatičtěji vyjadřovat, což je může v hodnocení dospělými zvýhodňovat. Vztahy s vrstevníky mají specifickou funkci. V praxi těchto vztahů je osvojována morálka dospělých. Ve skupině vrstevníků má dospívající tendenci podřizovat se normám kolektivu. Hlavním principem se stává snaha udržet se ve skupině a získat zde přijatelnou sociální pozici. Vzájemné vztahy ve skupině jsou pro dítě jakýmsi zrcadlem pro vytváření adekvátního sebehodnocení. [11]

3.2 Adolescence

Adolescence je období v rozmezí mezi 15 a 20 (22) roky. Biologicky lze toto období určit dosažením pohlavní dospělosti a je ukončeno po dovršení optimální reprodukční zralosti a dokončení tělesného růstu. Celé období provází plnění důležitých sociálních vývojových úkolů. Těmi je především emancipace, kterou lze charakterizovat jako nabytí nezávislosti na rodině, a navazování vztahů k vrstevníkům stejného i opačného pohlaví. Opět velkou roli hraje snaha být přijat sociální skupinou. Přátelství se vyznačují stabilitou a hloubkou. Dalšími rysy jsou hledání vlastního postavení ve společnosti a smyslu vlastní existence.

I v tomto období dochází k velmi nápadnému fyzickému růstu. Zkoumaným jevem se stala takzvaná sekulární akcelerace. V několika renomovaných výzkumech bylo prokázáno, že za posledních 100 let se ve všech vyspělých zemích Evropy a Ameriky urychlil nástup dospívání. Došlo také k celkovému prodloužení období dospívání, urychlil se i celkový růst. Nejznatelněji se sekundární akcelerace projevuje zvýšením dosahované fyzické výšky jedinců. Akcelerace ve fyzické oblasti není doprovázena akcelerací i ve zbývajících oblastech. Markantně se zvětšily rozdíly v době dosahování tělesné, rozumové a emočně-sociální dospělosti. Jedinec dospívá velmi brzy po stránce tělesné, ale jeho sociální a ekonomická zralost je ve složitě organizované společnosti v té době ještě značně omezená. Tento jev s sebou nese nebezpečí, protože mládež dospívá pohlavně dřív, než je psychicky dostatečně připravena ke kontrole pudových tendencí. [11]

3.2.1 Kognitivní vývoj

Schopnost jasně a správně myslet je pro každého jedince naprosto nepostradatelná. Rozvoj těchto schopností má ústřední postavení v celém procesu vzdělávání, ale i mimo něj. Je jedno, ve které oblasti je jedinec rozvíjen a dál vzděláván, ale pokud nechápe, co se po něm chce, nerozumí zadání úkolu, který má řešit, nebo pokud není schopen rozpoznat a analyzovat konkrétní problém, nemá možnost dosahovat požadovaného pokroku. [7 s. 60-62]

Kognitivním vývojem jedince se zabývalo mnoho psychologů. Mezi nejvýznamnější patří především práce švýcarského filosofa, biologa a především vývojového psychologa Jeana Piageta (9. 8. 1896 – 16. 9. 1980). Piagetova teorie vyvolávala a dosud vyvolává kritiku odborníků. Práce se opírá o díla Jamese Marka Boldwina, amerického psychologa, a Immanuela Kanta, německého filosofa. Jeho pozorování jsou shrnuta v díle amerického psychologa Davida Fontany: *„Piagetova kognitivní teorie, která říká, že u dětí se rozvíjejí vyšší formy myšlení především zrání, a to podle uspořádaného vzorce a více či méně ustáleného časového plánu. Jeho teorie je samozřejmě poněkud složitější a podrobněji rozpracovaná, ale její hlavní prvky lze snadno pochopit.“* [7 s. 65]

Každé Piagetovské stádium je definováno způsobem porozumění jedince okolnímu světu. Vývoj z jednoho vývojového stádia do dalšího navazujícího stádia je charakterizován osvojením si nového myšlenkového schématu. Dle Piageta jedincovo myšlení vykazuje v průběhu svého vývoje soudržnost. Navzdory veškerým kritikám této koncepce existují i fakta, která byla všeobecně přijata jako psychologická dogmata (například obraz jedince jako aktivního tvora samostatně vyhledávajícího informace). Velký přínos Piageta také spočívá v definování vztahu biologického zrání, vlivem výchovy a vzdělávání. Jeho tvrzení, že dítě je výsledkem interakce mezi biologickým zráním organismu a prostředím, je všeobecně uznáván. [15, 17]

Piaget výstižně zformuloval posloupnost etap kognitivního vývoje jedince a rozčlenil je do čtyř etap [7, 15]:

- Senzomotorické stádium: je první etapou od narození asi do 2 let věku dítěte. V tomto období je myšlení omezeno na bezprostřední senzorickou zkušenost a motorické chování. Zpočátku se veškerá činnost jeví jako čistě reflexivní a je zaměřena na tělo dítěte. Později dochází k činnosti záměrně a předměty zájmu jsou věci v okolí dítěte. Životní prostor dítěte radikálně vzroste po 1 roku věku dítěte, kdy je schopno samostatně se pohybovat.
- Předoperační stádium: druhá etapa vývoje je vymezena od 2 do 7 (8) let. V tomto stádiu dochází k mnohým změnám ve vývoji inteligence jedince. Dítě se začíná velmi intenzivně učit mluvit. Díky tomu dochází soustavně k rozvoji symbolického myšlení. Dítě záměrně experimentuje v řeči a s objekty, což přináší velký posun ve vývoji. Piaget stádium podrobněji dělí na dvě substádia. Velmi ilustrativní je v této souvislosti Piagetem popisovaný pokus, který uskutečnil spolu s Annou Szemiňskou: dvě skleničky stejného tvaru a stejných rozměrů naplnilo dítě stejným počtem korálků. Pak jsou korálky z jedné z těchto sklenic před dítětem přesypány do sklenice odlišného tvaru. Jak uvádí Jean Piaget, děti okolo 4 (5) let se domnívají, že se množství korálků změnilo. Dítě vnímá vztahy vcelku přesně, ale jeho vnímání je východiskem pro nepřesnou úvahu.
- Stádium konkrétních operací: třetí a hlavní etapa kognitivního vývoje. Jedinec se postupně stává schopným přemýšlet o tom, jak se věci jeví v různých dobách, ale i o tom, jak se mění. Tato etapa začíná nejčastěji v 7 (8) letech a trvá

nejpravděpodobněji do 11 (12) let. Myšlení je zaměřeno především na předměty, s nimiž se dá manipulovat nebo které si lze názorně představit. Jak dále autor dokazuje, myšlení se již neupoutává na zvláštní stavy předmětu, ale důsledně sleduje postupné transformace samotné ve všech oklikách a návratech. Konkrétní operace jsou vždy vázány na činnost, logicky ji strukturují zároveň se slovy, která činnost doprovázejí, ale neumožňují vytvářet logickou úvahu nezávisle na činnosti.

- Stádium formálních operací: je čtvrtou a poslední etapou kognitivního vývoje. Vytváření formálních operací začíná obvykle kolem 11. (12.) roku. V tomto období je již jedinec schopen usuzovat hypoteticko-deduktivně. Jedinec je schopen pracovat s abstraktními pojmy, s věcmi, které ještě nezkoušel. Jedinec v tomto období uvažuje nezávisle na přítomnosti a rád uvažuje o věcech neaktuálních. V oblasti formálních operací je dítě od přibližně 4 do 10 let na stále stejné úrovni, až kolem 11. (12.) roku se dostane na úroveň ve formálních operacích tam, kde je s konkrétními operacemi již v 7 letech. Myšlení přestává být egocentrické a obsahuje mnohé generalizované prvky.

4 Sonda

V rámci diplomové práce byla sestavena sbírka aktivačně-motivačních úloh. Jedním z vymezených cílů práce je nalezení klasifikace přístupů k řešení testování úloh v praxi a následné srovnání přístupů, které žáci při jejich řešení použili. Testovány nebyly všechny úlohy, které jsou zahrnuty ve sbírce, ale jen několik vybraných. Jednalo se vždy o jednu dvojici podobných úloh z každé popsané skupiny. Ve skupině A byly testovány úlohy Pavoučí síť (určena žákům nižšího gymnázia) a Cesta po krajských městech, jež byla určena žákům vyššího gymnázia. Stejný postup byl zvolen i pro další dvě skupiny. Ze skupiny B byla zvolena dvojice úloh, jejichž motivem je převážení věcí nebo osob. Pro žáky starší školního věku byla vybrána úloha Vlk, koza a zelí. Variantou pro adolescenty byla úloha o Žárlivých manželech. K testování skupiny C byly použity úlohy opět podobného charakteru, jež jsou zaměřeny na popsání formálních vztahů. Konkrétně žáci pracovali s úlohami Dům a Výlet.

Na realizaci sondy se podílela celkem dvě osmiletá gymnázia z Liberce. Vybrána byla: Gymnázium Františka Xavera Šaldy (dále jen GFXS) a Gymnázium a Střední odborná škola pedagogická (dále jen JERGYM). Následují stručné charakteristiky obou gymnázií. Vybrána byla na základě splnění několika požadavků, těmi byla především ochota spolupracovat a také vyhovující rozvržení výuky v oblastech ICT a Informatika a ICT do požadovaných ročníků.

GFXS je nejstarším českým gymnáziem se sídlem v Liberci. Gymnázium přijímá žáky po ukončení 5. třídy základní školy na osmileté studium, po ukončení 7. třídy základní školy na šestileté dvojjazyčné studium (českoněmecké) a také po ukončené 9. třídě základní školy na čtyřleté studium. Studium je vždy zakončeno maturitní zkouškou. Během studia na vyšším gymnáziu si navíc žáci mohou vybrat ze dvou druhů dalšího vzdělávání. Gymnázium studentům od druhého ročníku vyššího gymnázia nabízí přírodovědný nebo humanitní směr. V současné době školu navštěvuje bezmála 650 žáků.

JERGYM se nachází v historické budově českého gymnázia, které bylo v Liberci otevřeno 1. 9. 1943. V současné době poskytuje JERGYM všeobecné vzdělání ve čtyřletém a osmiletém gymnaziálním programu. Žáci mají možnost si prostřednictvím volitelných předmětů vybrat, obdobně jako na GFXS, dvě orientace studia. Žáci si volí mezi orientací humanitní a přírodovědnou. V obou případech je studium zakončeno maturitní zkouškou. Žáci mohou studovat i čtyřletý maturitní obor Pedagogické lyceum. Hlavním úkolem gymnázia je příprava k vysokoškolskému studiu, na které se každoročně hlásí prakticky všichni absolventi. Počet žáků na JERGYMu je v současné době bez mála 700.

4.1 Metodologie

Od března až do června 2013 byla realizována samotná sonda, jejíž úkolem bylo zjistit možné přístupy k řešení úloh. Nejprve se všichni žáci během měsíce března setkali s první variantou pracovních listů. Po ukončení první fáze testování a jeho vyhodnocení, bylo žákům ukázáno vzorové řešení a současně bodové hodnocení celé skupiny. Žáci měli možnost klást dotazy týkající se jak jejich konkrétního řešení, množství získaných bodů a podobně. Následovně na přelomu května a června proběhla druhá fáze testování. Žákům byly předloženy alternativy již zadaných úloh. Bodové hodnocení těchto úloh a jejich řešení bylo zasláno vyučujícím konkrétní skupiny.

V obou případech byly úlohy testovány ve vyučovacích hodinách, jejichž předměty jsou zařazeny do oblasti ICT nebo Informatika a ICT: při testování byla dodržena stejná schémata hodiny, tedy že úlohy byly žákům zadávány vždy na jejím začátku po krátkém úvodu. Ten spočíval především v představení, odůvodnění testování samotného a poskytnutí základních informací. Následovalo seznámení žáků s organizačními pokyny. Každý žák měl k dispozici vlastní zadání. Žákům byla nabídnuta možnost využít veškerý prostor, tedy i další volné listy, bude-li to nutné. Někteří žáci tuto možnost také využili. Další pomůcky mimo psacích potřeb nebyly dovoleny. Testování úloh se zúčastnily vždy odpovídající si ročníky ze dvou již zmíněných gymnázií. Při výběru testovaných tříd byl brán zřetel především na zařazení předmětu z oblasti ICT nebo Informatiky a ICT do vyučování.

4.1.1 Moodle kurz

Moodle je jedno z možných uživatelsky přijatelných e-learningových prostředí. Jedná se o softwarový balík, který je určen především pro podporu prezenční i distanční formy výuky. Kurzy, které jsou v prostředí Moodle vytvořeny, jsou přístupné online a dostupné na webových stránkách. Další z mnoha výhod, které Moodle poskytuje, je velmi snadná publikace studijních materiálů (zadání úloh, jejich grafické podoby a také řešení). Prostředí Moodle kurzu nabízí prostředky pro komunikaci uvnitř kurzu, sběr a hodnocení elektronických úkolů, tvorbu online testů a řadu dalších činností sloužících pro podporu výuky.

Jako podpora pro pedagogy byl vytvořen Moodle kurz: Srovnání přístupu žáků různých ročníků osmiletých gymnázií k řešení vybraných úloh z informatiky, který je volně přístupný na Moodlu Fakulty přírodovědně-humanitní a pedagogické Technické univerzity v Liberci (dále jen FP TUL) na internetové adrese: https://moodle.fp.tul.cz/course/view.php?id=2019. Prostředí Moodlu bylo zvoleno především kvůli své dostupnosti, jednoduchému způsobu ovládání a spravování. Vstříc celé myšlence vyšel i správce Moodlu FP TUL.

V Moodle kurzu jsou umístěny jak úlohy, které byly testovány, tak i zbylé úlohy sbírky. Současně bylo zachováno členění do tří oblastí, které již bylo podrobně popsáno. V samostatné části kurzu jsou uveřejněny obecné návody k řešení úloh, ale i jejich konkrétní řešení. Ze zmíněných nástrojů, které prostředí Moodle nabízí, bylo využito především zadání úloh v podobě strukturovaného textu. Současně byly na Moodle kurzu připraveny ke stažení i pracovní listy. K oživení kurzu a pro další inspiraci byly vloženy i odkazy na další stránky, jež trefně popisují nebo řeší modelové úlohy. Jako dalšího nástroje bylo využito diskusního fóra, které umožňuje řešit problémy a dále se dotazovat.

4.2 Metody řešení úloh

V obecné rovině lze všechny úlohy dělit dle mnoha různých kritérií, například dle obsahu, zadání a požadavků nebo použitých myšlenkových operací. Dělení úloh dle použitých myšlenkových operací využívá kategorie konvergentních a divergentních řešení. Konvergentní úlohy jsou zaměřené na rozvoj a procvičení myšlení, které na základě předpokladů úlohy směřujeme k jedinému správnému závěru. Při řešení těchto úloh se uplatňují především algoritmické přístupy. Divergentní úlohy pak vedou k myšlení zaměřenému do šířky, kdy řešitel produkuje rozličné nápady, alternativy a hypotézy. Úlohy lze dále členit dle metody řešení, těch je samozřejmě několik a lze nalézt i jiné. Před testováním byly pro tuto diplomovou práci vybrány dvě základní kategorie, těmi jsou kategorie úspěšných a neúspěšných metod řešení. Je nutné si uvědomit, že při řešení úloh používáme, dle charakteru úlohy a dle zaměření řešitele, libovolnou kombinaci těchto metod.

Po podrobném prostudování odborné literatury zabývající se tématikou metod řešení úloh byly vybrány a následně charakterizovány další přístupy [13]:

- Matematické řešení je charakterizováno především použitím matematických vzorců, sestavením odpovídající rovnice nebo jejich soustavy, a dalšími ryze matematickými metodami, které jsou pro danou úlohu použitelné. Možné je taky použít již známé početní postupy, které umožňují řešení jednoduchých úloh, ale i dílčích elementárních problémů ve složených úlohách. Toto řešení může být doplněno i o prvky metod následujících.
- Grafické řešení je řešení, při kterém jsou využívána především schémata, grafy, nákresy a další grafická znázornění, jež odpovídají zadání úlohy. Současně může být toto řešení doplněno o další pomocné zápisky, výpočty a podobně. Záleží vždy na konkrétním řešiteli úloh.
- Logické řešení je takové, ke kterému bylo zvoleno několik logických kroků jasně plynoucích ze zadání úlohy. V řešení je zaznamenáno odůvodnění, které vychází právě ze zadání. I při tomto řešení mohou být použity prvky ostatních způsobů řešení, ale jeho těžištěm je série implikací.
- Heuristické řešení je charakterizováno především nalezením zkusmého řešení. Často se jedná jen o řešení přibližné, které je založeno na odhadu řešitele úlohy. Úloha je řešena několikrát různými způsoby. Na základě porovnání dosažených výsledků je vybrán i vyhovující postup řešení úlohy. Další možností je řešení založené na prvním odhadu, které je dále upravováno, čímž dochází k postupnému zlepšení výsledků. Heuristické řešení nikdy nezaručuje, že bude nalezeno to nejlepší.
- Intuitivní řešení je v tomto případě se jedná o souhrn řešení velmi blízkých již popsanému řešení logickému. Liší se v několika málo krocích a postupech, které byly využity, a především ve zkušenosti, kterou žáci s podobným typem úlohy již mají. Postup obsahuje jisté logické kroky, které jsou řazeny spíše nahodile, ačkoliv se může stát že i v tomto případě může být výsledek správný.
- Jiné způsoby řešení – jedná se o kategorie metod zakládajících se spíše na neortodoxních přístupech k řešení úloh, které v tomto přehledu ještě popsány

nebyly. Tato kategorie je do přehledu začleněna především kvůli pestrosti a doplnění výše popsaných metod řešení. Pro tuto diplomovou práci je jinou metodou především řešení, které odporuje podmínkám zadání a přesto úlohu řeší.

Mimo výběr strategie pro řešení úlohy je důležité znát fáze řešení úlohy a jejich úskalí. Na fáze řešení problému je možné nahlížet z několika hledisek. Pro tuto diplomovou práci byly zvoleny dva pohledy. Při rešerši odborné literatury nebylo nalezeno uspokojivé rozčlenění řešení úloh v oblasti Informatiky, proto byly použity následující dva modely. První uvedený model nahlíží na řešení úloh z pohledu psychologie. Jedná se o obecný model, který lze aplikovat na všechny druhy úloh. V druhém případě se jedná o pohled na fáze řešení matematických úloh. Oba modely mají několik společných jmenovatelů. Liší se především v počtu fází a jejich charakteristikách.

Psychologie nahlíží na řešení problému především jako na proces myšlení a aplikaci dosavadních zkušeností. Popsané fáze řešení úlohy je popsáno obecně tak, aby jej bylo možné aplikovat i při řešení úloh sbírky. Fáze jsou následující [7]:

- Setkání s problémem je etapa, kdy je vždy třeba uvědomit si základní fakta vyplývající z úlohy. Tedy vyčlenit informace podstatné dále (s nimi dále pracovat) a nepodstatné.
- Příprava řešení je fáze charakterizována zejména vyvinutím vlastní iniciativy k uspořádání dat, případně doplnění o další data, označována jako všeobecně známá. Dále je nutné pochopit souvislosti a další související problémy. Velmi důležité je vytyčení hypotéz, s čímž úzce souvisí způsob řešení úlohy. Mohou se objevit komplikace, především pokud je myšlení omezeno.
- Vlastní řešení je etapa, při které probíhá řešení problému samotného. Na základě vlastního řešení je možné hypotézu potvrdit. Dojde-li však ke komplikacím, je třeba vytvořit novou hypotézu, která se může opírat o získané výsledky. V takovém případě se řešitel vrací do předchozí fáze.
- Nalezení řešení je fáze, jež je popsána jako odstranění těžkostí. Je provedeno vlastní řešení a na základě odhadu je získaný přiměřený výsledek. Při nalezení řešení provází jedince pocit uspokojení, uvolnění. V opačném případě, kdy je

řešení chybné, se může vyskytnout únava, zklamání, pochyby o schopnostech, nespokojenost.

- Kontrolní fáze navazuje na fáze předchozí. Je třeba ověřit řešení. Do jisté míry je možné provést optimalizaci řešení. Ověřené jsou základní podmínky, jejich splnění během řešení a následně i uvedení nalezeného správného řešení do praxe.
- Vyvození závěru je charakterizováno diskuzí nad získaným řešením. Je možné správné řešení dále kvantifikovat, hledat i jiná řešení a podobně.

Jiný náhled na fáze řešení problému nabízí maďarský matematik a didaktik matematiky, György Pólya. Dle jeho koncepce existují čtyři fáze řešení úloh. Tento model byl popsán v knížce How to Solve It, jež je zaměřena především na úlohy matematického charakteru. Na základě tohoto modelu a charakteru úloh, jež byly zařazeny do sbírky, jsme rovněž použili čtyřfázový model řešení problému. Fáze řešení úloh [18]:

- Pochopení problému je charakterizováno následovně. Pokaždé, když máme vyřešit úlohu, je nejdůležitější pochopit zadání. Pokud je zadání problému někde zapsáno, pak nestačí umět si ho pouze přečíst. Je nutné si uvědomit, na co jsme tázáni. V textu úlohy je třeba rozlišit klíčové informace od nepodstatných, které jsou v úloze sice zadány ale k řešení nejsou bezprostředně nutné. V některých případech je nutné využít i některé více či méně všeobecně známé informace, které v textu dané úlohy nejsou obsaženy. Základním předpokladem k pochopení úlohy je dostatek času. Tento faktor je velmi individuální a je dále ovlivněn například obtížností úlohy, znalostmi a zkušenostmi každého řešitele.
- Zvolení strategie řešení úlohy je druhou fází, při které je vytvořen plán, jež obsahuje i strategie k řešení úlohy. Je důležité plán rozčlenit do dílčích kroků s odpovídajícími strategiemi. Uvědomování si a procvičování obecných strategií však může být užitečné při určení strategie pro konkrétní problém. Těmto strategiím bude věnována následující kapitola.
- Uskutečnění zvolené strategie k řešení úlohy je třetí fází, při níž je uskutečněn zvolený plán. To znamená, že se pokoušíme pomocí konkrétní strategie nebo kombinací několika strategií problém vyřešit. Jestliže se již v průběhu uskutečnění zvolené strategie nebo dodatečně ukáže, že použitý plán není

vhodný, je třeba vrátit se opět k volbě nové strategie a uplatnit jiné metody řešení.

- Ohlédnutí nebo také závěr dává prostor pro diskuzi nad uskutečněnými zvolenými strategiemi k vyřešení úlohy, ohlédnutí se zpět. Následuje podrobná kontrola nejen na základě odhadu, zda výsledek skutečně vyhovuje řešenému problému, ale i podrobná kontrola postupu řešení. Vhodné je provést zkoušku, je-li to vůbec možné. Dále je třeba ujistit se, zda je odpověď relevantní. Je nutné se zaměřit především na smysluplnost odpovědi. Právě v této fázi řešení problému je prostor pro zamyšlení se nad úlohou, především nad podobnými problémy a i nad jinými cestami, jak by se dal problém řešit.

4.2.1 Hodnocení řešení

Hodnocení je vysoce náročná dovednost, která umožňuje člověku na základě subjektivního přístupu a rozlišování faktů klasifikovat. Je důležité si uvědomit, že hodnocení je v naprosté většině subjektivní a je přirozenou součástí každé výchovně-vzdělávací činnosti. Hodnocení je souhrn dílčích kritérií, která se mohou velmi lišit a jsou spjata s řešením konkrétní úlohy, a odpovídá jednotlivým výkonům. Tedy tomu, zda bylo kritérium v řešení úlohy splněno, nebo nebylo. Forma hodnocení je způsob vyjádření hodnotícího soudu. Pro tuto práci bylo zvoleno písemné hodnocení úloh vyjádřeno body. [18]

Před provedením samotné sondy bylo sestaveno bodové hodnocení každé úlohy. Vzhledem k tomu, že v sondě byly použity úlohy ze tří typově odlišných skupin, bylo nutné sestavit obecně platný model hodnocení. Problematickou oblastí byla míra objektivnosti při hodnocení, což byl především důvod, který dal vzniknout jednotnému bodovému hodnocení, v němž se může orientovat jak pedagog, tak i žák samotný. Maximální počet bodů, které žáci mohou za každou úlohu získat, je 10. Při ukázce testovaných sbírek je také uvedeno bodové ohodnocení úlohy. Samozřejmě je možné s ním dále pracovat a upravovat jej. Pedagog jej může uzpůsobit jiné věkové kategorii, nebo jiné skupině úloh.

Jedním z cílů této diplomové práce je také srovnání přístupů žáků k řešení modelových úloh. Testované úlohy sbírky jsou dále uvedeny tak, jak jej měli k dispozici žáci. Rovněž je u těchto úloh uvedeno bodové ohodnocení a také jejich řešení. Nejprve jsou uvedeny úlohy, jež jsou určeny pro žáky staršího školního věku a následovně pro adolescenty. Po každé úloze jsou v dalších kapitolách uvedena srovnání nejen výsledků žáků v rámci třídy, ale i jejich různých přístupů. Následuje pak srovnání mezi dvěma skupinami z různých škol. Všechna srovnání jsou doprovázena také skeny ukázkových řešení, u kterých nejsou uvedena jména autorů kvůli zachování jejich anonymity. Vyhodnocení přístupů bylo vytvořeno především na základě klasifikace řešení problémových úloh tak, jak byly popsány v kapitole Metody řešení úloh. V rámci celého srovnání přístupů byla zohledněna kritéria hodnocení, která jsou se opírají také o fáze řešení úlohy tak jak jsou popsána v kapitole Fáze řešení úloh. Na požadavek objektivnosti při sestavování této kapitoly byl kladen nejvyšší důraz.

4.3 Testované příklady sbírky

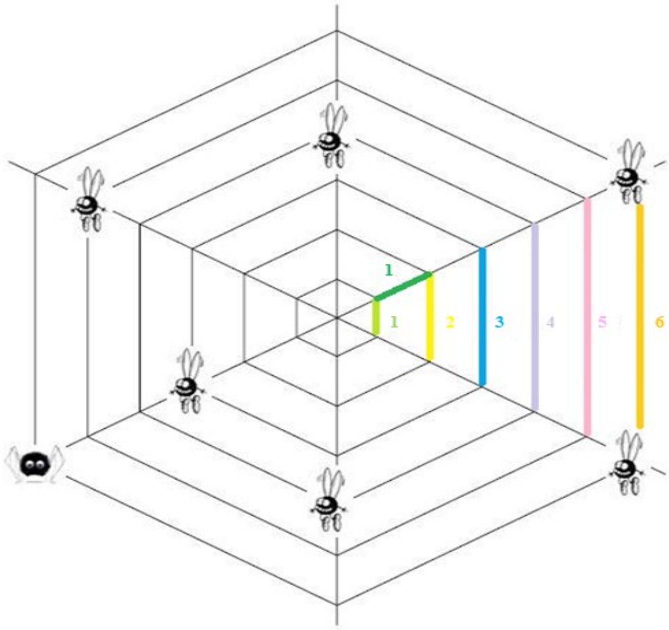
Jak již bylo popsáno, k testování byly vybrány pouze 3 úlohy. Vždy jedna z testovacích skupin A, B a C. Ze skupiny A byla pro žáky staršího školního věku vybrána úloha Pavoučí síť, pro adolescenty úloha Cesta po krajských městech. Tématika úloh i jejich zpracování bylo voleno tak, aby bylo pro žáky v dané věkové kategorii zajímavé a přijatelné. Jedná se o modelové úlohy, které simulují úlohu Obchodního cestujícího. Skupina B, zaměřená na základy teorie grafů, byla v rámci testování reprezentována úlohami Vlk, koza a zelí, ta byla zadána žákům staršího školního věku, a Žárliví muži, tuto úlohu řešili adolescentní žáci. Obě tyto úlohy jsou zaměřeny na prohledávání stavového prostoru možných řešení úlohy. Konečně v poslední testované skupině C byly použity úlohy Dům (pro mladší věkovou kategorií) a Výlet (pro starší věkovou kategorii). Maximální počet bodů, kteří žáci mohli za každou úlohu získat, je 10 bodů. U každé úlohy jsou uvedeny i tabulky s možným řešením a jejich bodovým ohodnocením.

Pavoučí síť

Náročnost: střední **Věk:** starší školní věk

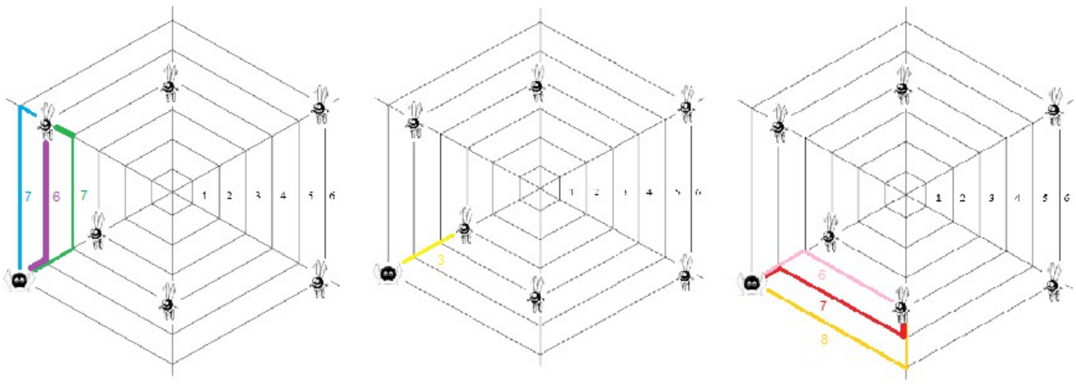
Čas: 5-10 minut **Zaměření:** minimální kostra grafu (A)

Zadání: Do sítě zakreslete cestu pavouka z vyznačeného místa a zpět tak, aby jeho cesta byla co možná nejkratší. Čísla uvedená v pravé části obrázku udávají délku dané cesty.



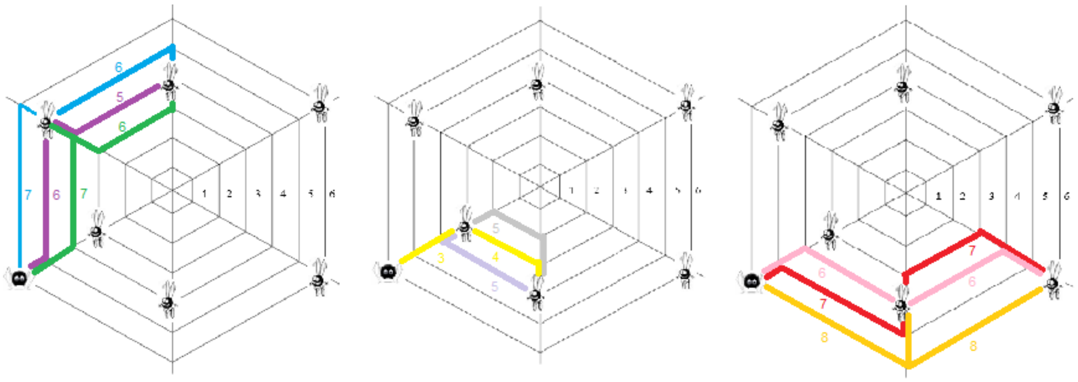
Obrázek 2: Zadání Pavoučí sítě

Řešení: K vyřešení této úlohy je nutná úvaha o možných průchodech místy, kde jsou umístěny mouchy (uzly). Pavouk má projít pavučinou a posbírat všechny chycené mouchy tak, aby uskutečnil co možná nejméně kroků. Délky jednotlivých spojnic (hran) jsou v zadání úlohy uvedeny. Tato úloha v sobě ukrývá nalezení minimální kostry grafu a jejím následném převedení na Hamiltonův cyklus. Z pozice, kde je pavouk umístěn v zadání úlohy, je nejprve nutné vyhodnotit nejbližší mouchy (uzly) a brát v úvahu i různé cesty k nim, především jejich délku. [1, 22]



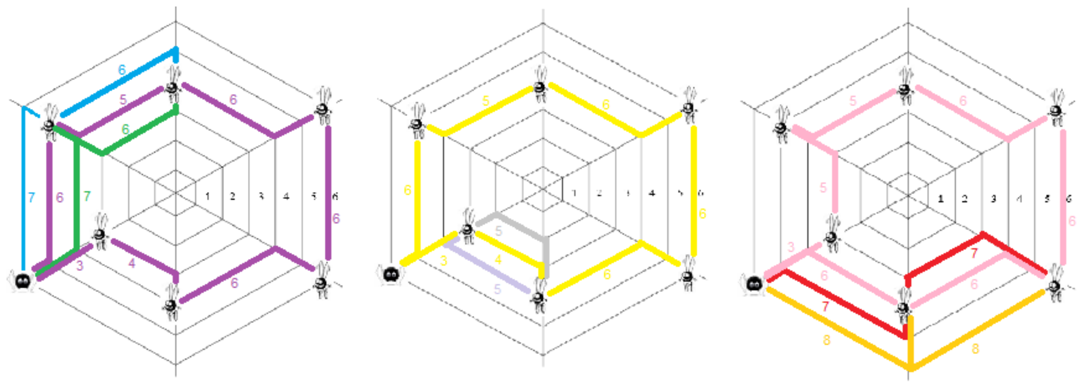
Obrázek 3: Ukázka 1 Rozhodování při řešení Pavoučí sítě

Nejblíže místu, kde je umístěn pavouk, jsou celkem tři mouchy. Na obrázku jsou vyhodnoceny cesty k nim a rovněž jsou uvedeny i délky cest k nim. Vždy je třeba vybrat nejkratší cestu. Hrany jsou ohodnoceny tak, že je zpravidla nejvýhodnější pohybovat se po vnitřních hranách pavoučí sítě. V dalším kroku je nutné opět ohodnotit cesty k nejbližší mouše (uzlu).



Obrázek 4: Ukázka 2 rozhodování při řešení Pavoučí sítě

Další kroky jsou analogické již popsaným, proto následuje dokončení těchto tří sítí a jejich vyhodnocení. V některých případech bylo možné použít dvě stejně dlouhé cesty. V takovém případě byla zakreslena pouze jedna cesta. Nutné je následné vyhodnocení délky každé cesty. Trasa označená fialovou barvou zahrnuje celkem 36 kroků. Žlutá trasa, vyznačená na prostřední síti, je dlouhá také 36 kroků. Jedná se o průchod totožným cyklem, ale v opačném směru, proto jsou cesty stejně dlouhé. Poslední cesta, vyznačená růžovou barvou, je dlouhá 37 kroků. Nejkratší možnou cestou, která řeší zadání úlohy, je tedy cesta vyznačená fialovou (žlutou) barvou.



Obrázek 5: Ukázka nalezených cyklů při řešení Pavoučí sítě

Tato úlohy byla ohodnocena následovně. Pro každou další variantu je možné vytvořit obdobné hodnocení. Minimální cesta grafem byla ohodnocena maximálním počtem bodů. Za každý další krok byl stržen jeden bod, viz tabulka 3.

Tabulka 3: Bodové hodnocení úlohy Pavoučí síť

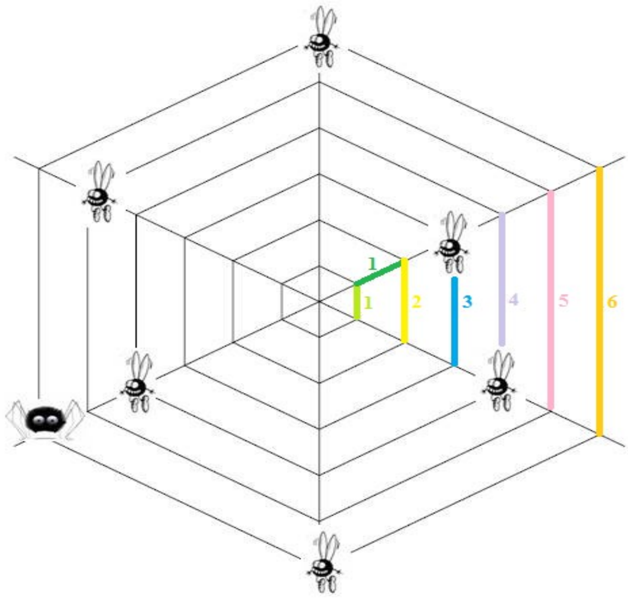
délka cesty	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	více
body	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	0

Druhá alternativa

Náročnost: střední **Věk:** starší školní věk

Čas: 5-10 minut **Zaměření:** minimální kostra grafu (A)

Zadání: Do sítě zakreslete cestu pavouka z vyznačeného místa a zpět tak, aby jeho cesta byla co možná nejkratší. Čísla uvedená v pravé části obrázku udávají délku dané cesty.



Obrázek 6: Druhé zadání Pavoučí sítě

Řešení: K vyřešení této úlohy bylo použito stejného postupu jako v její první variantě. Cesta je dlouhá 35 kroků.

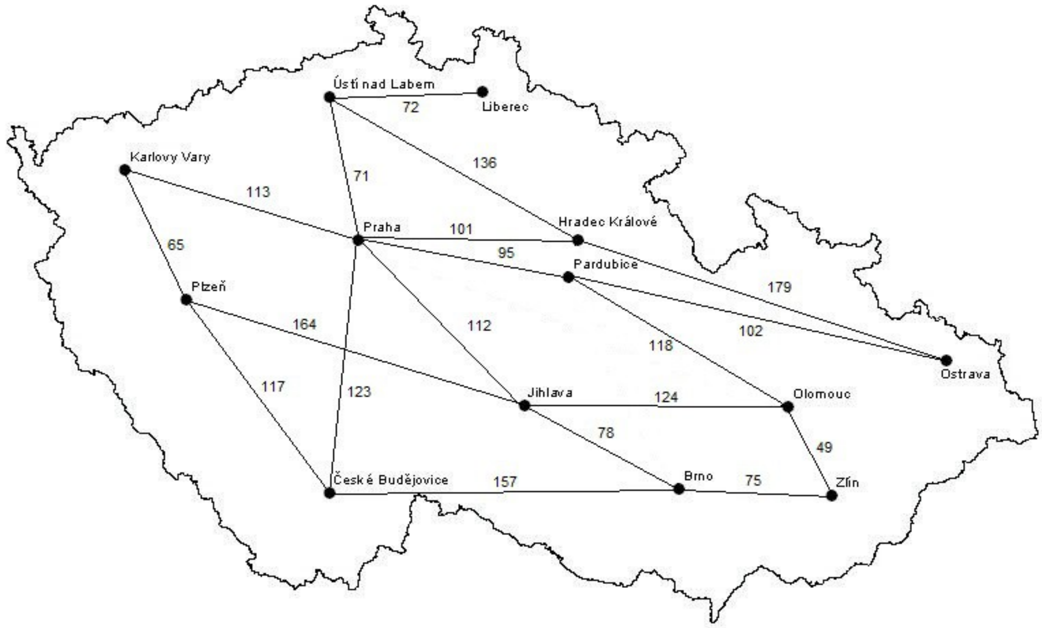
Alternativy zadání: Do již připravené pavoučí sítě je možné libovolně přidávat další mouchy (uzly), které je třeba posbírat. Narůstající počet much lze kombinovat se zvětšujícím se prostorem pavoučí sítě.

Cesta po krajských městech

Náročnost: střední **Věk:** adolescence

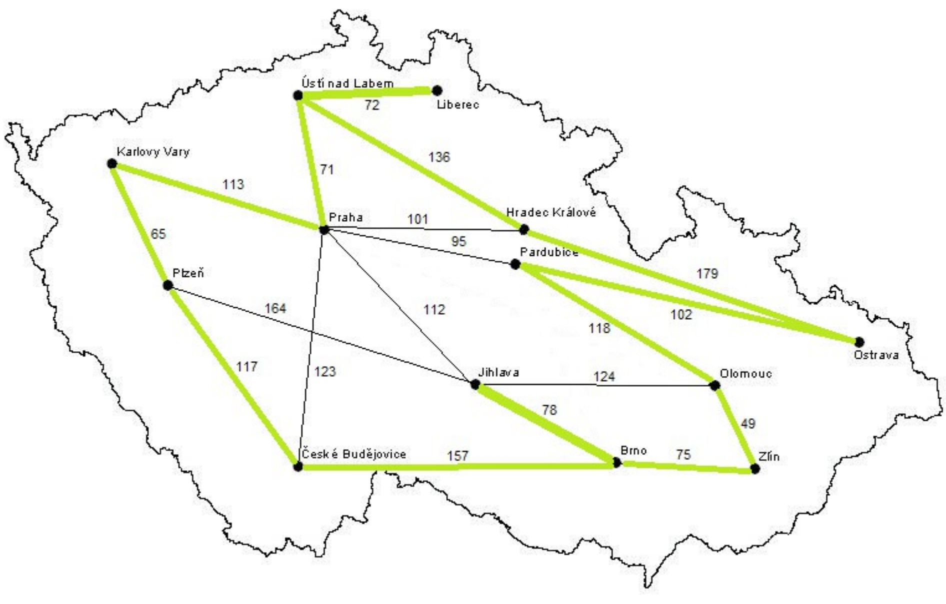
Čas: 10-15 minut **Zaměření:** minimální kostra grafu (A)

Zadání: Na mapě České republiky zakreslete co možná nejkratší cestu mezi všemi vyznačenými městy, které musíte v rámci pracovní cesty navštívit. Předpokládejme, že začátek i konec obchodní cesty je v Liberci. Čísla uvedená mezi jednotlivými městy určují jejich vzdálenost v celých kilometrech.



Obrázek 7: Zadání Cesty po krajských městech

Řešení: Na mapě České republiky je zobrazeno třináct měst, které musíme v rámci služební cesty navštívit. Jednotlivá města spojuje silnice, která je naznačena úsečkami. V některých případech přímá cesta nevede. K vyřešení této úlohy je nutná úvaha o možnostech průchodu danými městy a nalezení nejkratší možné varianty obdobně jako u úlohy o Pavoučí síti. Při řešení je nutné převést mapu do grafu, kde uzly tvoří města a hrany silnice. Správné řešení tvoří minimální kostra tohoto grafu, viz obrázek 8. Zeleně vyznačená a nejkratší trasa je dlouhá 1 482 kilometrů.



Obrázek 8: Řešení Cesty po krajských městech

Vzhledem k tomu, že existuje konečný počet různých tras, jak splnit zadání této úlohy, uvádíme i bodové hodnocení. Nejkratší možné řešení je délka 1 482 km, za než mohl žák získat 10 bodů. Další údaje o délce tras a bodovém hodnocení jsou uvedeny v tabulce 4.

Tabulka 4: Bodové hodnocení úlohy Cesta po krajských městech

délka cesty	1482–1492	1493–1503	1504–1514	1515–1525	1526–1536	1537–1547
body	10	9	8	7	6	5

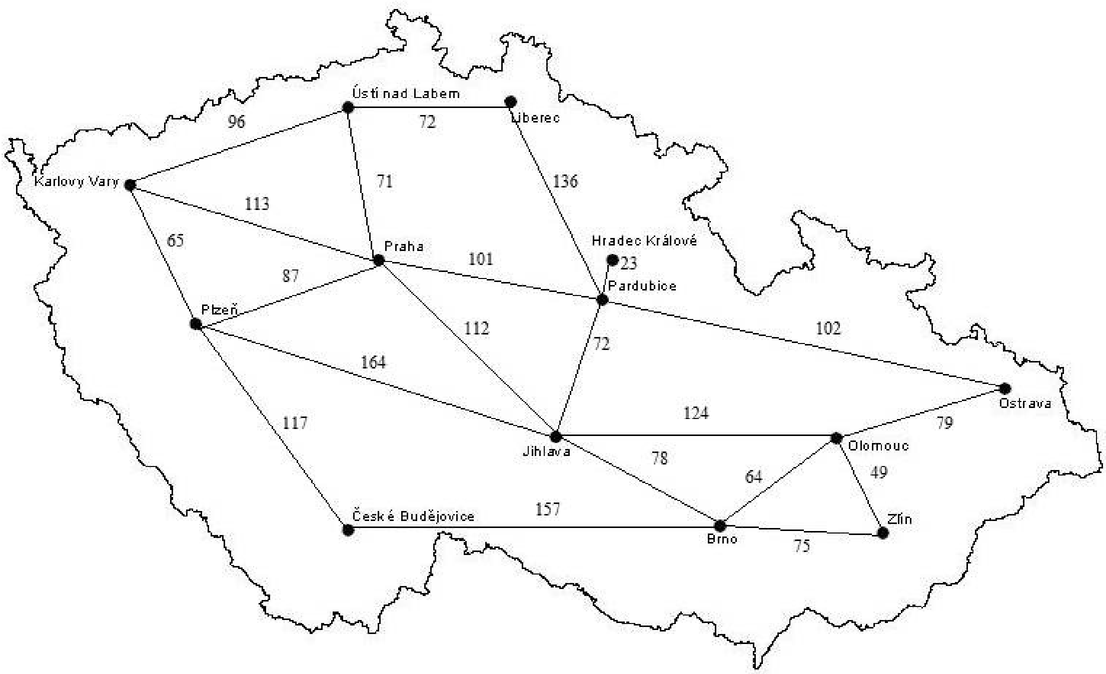
délka cesty	1548–1558	1559–1569	1570–1580	1581–1591	1592–1602	více
body	4	3	2	1	0	0

Druhá alternativa

Náročnost: střední **Věk:** adolescence

Čas: 10-15 minut **Zaměření:** minimální kostra grafu (A)

Zadání: Na mapě České republiky zakreslete co možná nejkratší cestu mezi všemi vyznačenými městy, které musíte v rámci pracovní cesty navštívit. Předpokládejme, že začátek i konec obchodní cesty je v Liberci. Čísla uvedená mezi jednotlivými městy určují jejich vzdálenost v celých kilometrech, viz obrázek 9.



Obrázek 9: Druhé zadání Cesty po krajských městech

Řešení: Úloha se řeší obdobně jako v případě úlohy Pavoučí síť. Nejkratší cesta je dlouhá 1185 kilometrů.

Alternativy zadání: Do mapy je možné dokreslit i další města (uzly). Další varianty úlohy získáme zjednodušením, nebo naopak zdokonalením silniční infrastruktury na mapě. S žáky je možné diskutovat také nad důležitostí různých silnic pro jejich konkrétní řešení.

Vlk, koza a zelí

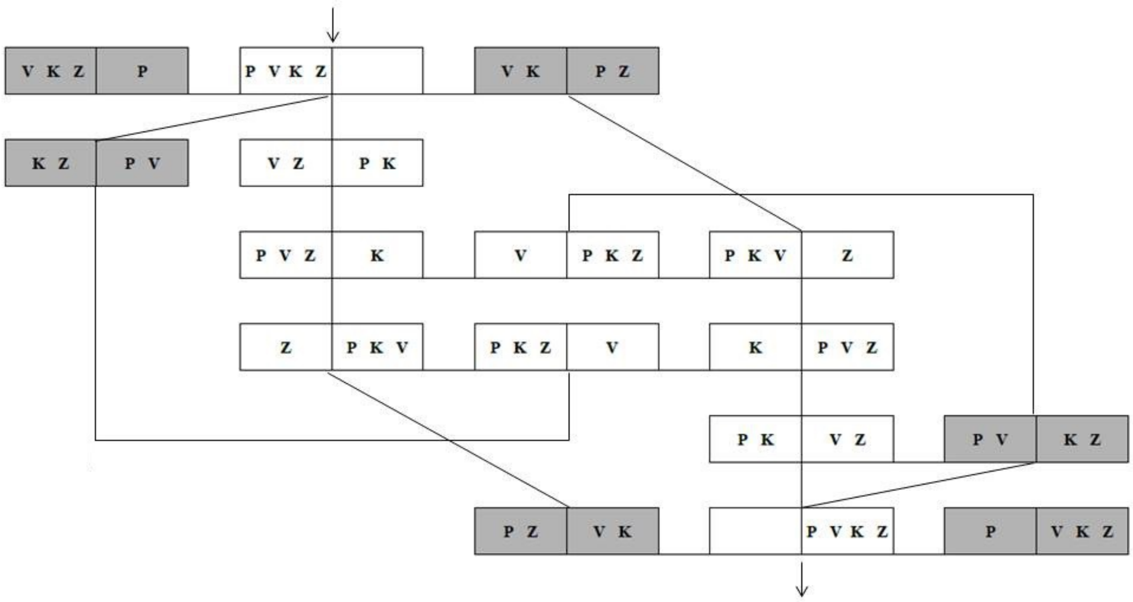
Náročnost: střední **Věk:** starší školní věk

Čas: 5-10 minut **Zaměření:** stavový prostor úlohy (B)

Zadání: Převozník chce převézt přes řeku hlávku zelí, kozu a vlka. Do loďky se vejde pouze převozník a jeden spolucestující, což platí i pro hlávku zelí. Nechá-li převozník na břehu samotnou kozu a zelí, koza zelí sežere. Nechá-li na břehu samotného vlka a kozu, vlk sežere kozu. Najděte způsob, jak se může převozník dostat na druhý břeh i s celým nákladem. [14]

Řešení: Řešení úlohy spočívá v procházení možných kombinací stavového prostoru dané úlohy. Na to je možné navázat rozborem všech řešení úlohy, viz tabulka 5. Na obrázku jsou popsány všechny možné varianty pro převoz vlka (V), kozy (K) a zelí (Z). Šedě označené stavy jsou ty, které nejsou z hlediska pravidel přípustné. [5]

Tabulka 5: Řešení úlohy Vlk, koza a zelí



Alternativy zadání: Úlohu lze různě obměňovat tím, že jsou k převozu určeny další věci, zvířata nebo osoby. Vždy je nutné doplnit i pravidla, která se váží k již známým faktům. Ve sbírce jsou uvedeny i další obtížnější převoznické úlohy.
Za tuto úlohu mohli žáci opět získat 10 bodů jen v případě, že úlohu správně vyřešili.

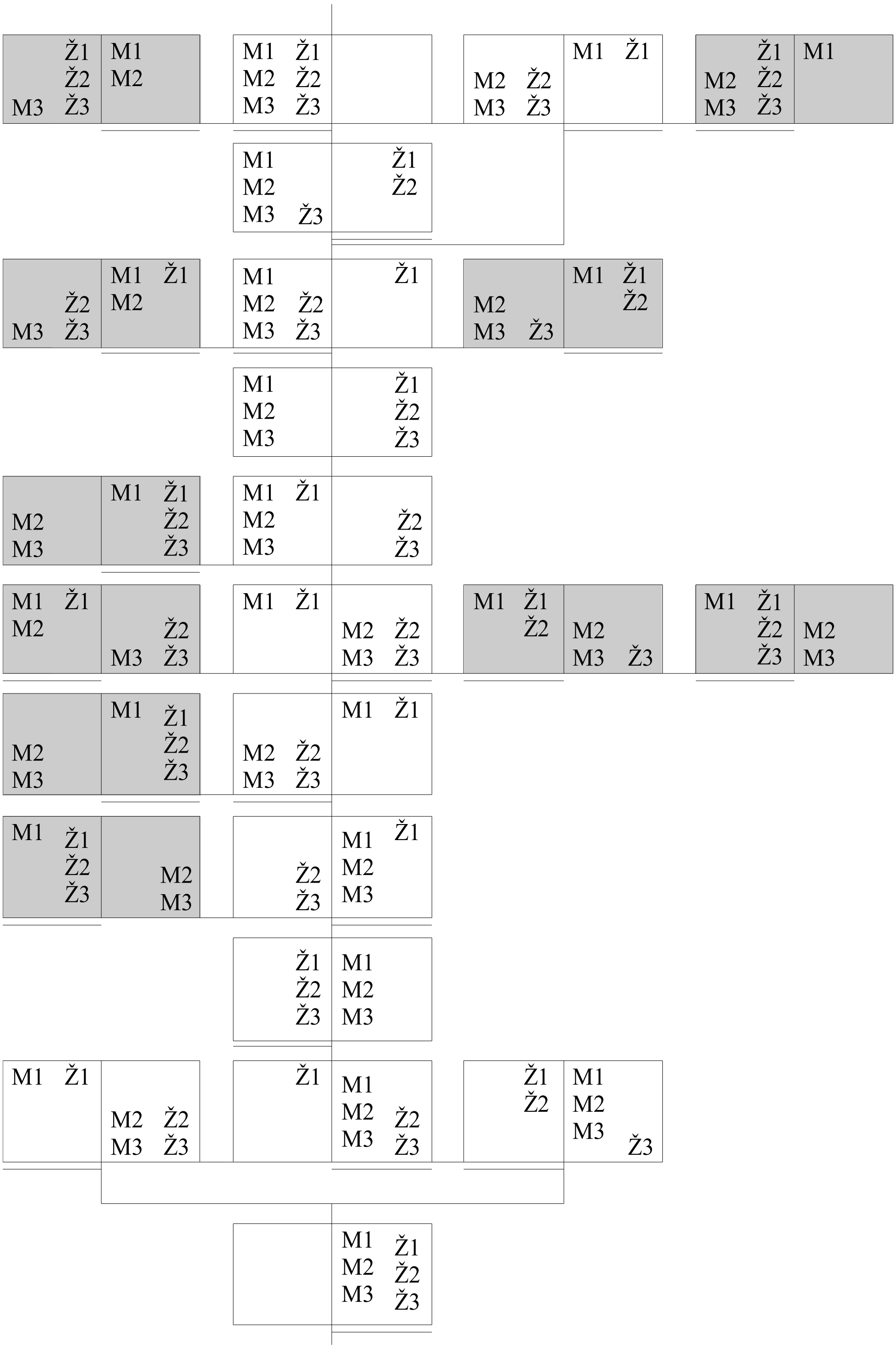
Žárliví muži

Náročnost: střední **Věk:** adolescent

Čas: 10-15 minut **Cíl:** stavový prostor úlohy (B)

Zadání: Tři manželské páry vyrazily na výlet. Potřebují překonat řeku pomocí loďky, do které mohou nastoupit nejvýše dva lidé. Problém tkví v tom, že všichni muži jsou velmi žárliví. Muž nikdy nechce nechat svou ženu ve společnosti dalšího muže bez svého dozoru. V úvahu nepřipadá ani stav, kdy žena zůstane bez manžela ve společnosti jiných lidí. Najděte způsob, jakým se všechny osoby přepraví na druhý břeh řeky. [14]
Řešení: Úlohu řešíme stejně, jako úlohu Vlk, koza a zelí, jen stavový prostor je větší, viz tabulka 6. Označení v tomto obrázku je shodné s řešením předchozí úlohy.
Alternativy zadání: Úlohu lze ještě dále obměňovat a zvyšovat její náročnost. Jednou z možných variant je například přidání dalšího páru nebo párů, které také chtějí řeku překročit suchou nohou. Při určitém počtu párů je úloha neřešitelná, lze ji tedy obměnit tím, že uprostřed řeky bude ostrůvek (přestupní stanice, mezi kterou plují dvě loďky, jež opět uvezou pouze dva pasažéry) a podobně.

Tabulka 6: Řešení úlohy Žárliví manželé



Dům

Náročnost: střední **Věk:** starší školní věk

Čas: 5-10 minut **Zaměření:** formální popis vazby mezi členy (C)

Zadání: Čtyři bratři, Luděk, Stanislav, David a Vojtěch, bydlí v jednom domě, ale každý na jiném poschodí. David bydlí níž než Luděk a Vojtěch, který bydlí mezi Stanislavem a Luďkem, zatímco Luděk bydlí mezi Davidem a Vojtěchem. Ve kterém poschodí kdo bydlí, když dům, ve kterém bratři žijí, má přízemí a tři poschodí?

Řešení: Pro řešení této úlohy je vhodné zvolit možnost zápisu do tabulky nebo jiné formy schématu. Postupně zapisujeme jednotlivé informace, které plynou ze zadání úlohy. Uplatňujeme i fakta vylučovací.

Tabulka 7: Řešení úlohy Dům

patro domu	jméno bratra
3. patro	Stanislav
2. patro	Vojtěch
1. patro	Luděk
přízemí	David

Úloha Dům byla ohodnocena následovně. Za každé správně určení podlaží, které obývá jeden z bratrů, měli žáci možnost získat 2,5 bodu.

Druhá alternativa

Náročnost: střední **Věk:** starší školní věk

Čas: 5-10 minut **Zaměření:** formální popis vazby mezi členy (C)

Zadání: Čtyři sestry Lada, Sandra, Dana a Věra, bydlí v jednom domě, ale každá na jiném poschodí. Dana bydlí níž než Lada a Věra, která bydlí mezi Sandrou a Ladou, zatímco Lada bydlí mezi Danou a Věrou. Ve kterém poschodí kdo bydlí, když dům, ve kterém sestry žijí, má přízemí a tři poschodí?

Tabulka 8: Řešení druhé alternativy úlohy Dům

patro domu	jméno sestry
3. patro	Sandra
2. patro	Věra
1. patro	Lada
přízemí	Dana

Řešení: Úloha se řeší obdobně jako v případě úlohy Dům,viz tabulka 8.

Alternativy zadání: Úlohu lze dále modifikovat a upravovat přidáváním dalších osob a kombinací vztahů mezi nimi.

Výlet

Náročnost: střední | **Věk:** adolescent

Čas: 5-10 minut | **Cíl:** analýza informací (C)

Zadání: Čtyři manželské páry navštívily čtyři různé hrady, a to čtyřmi různými dopravními prostředky. Ze zadaných informací určete kdo, kam a jakým způsobem jel, jestliže víte:

- Junklovi jeli na Kokořín.
- Jeden manželský pár jel vlakem na Konopiště.
- Milada navštívila Karlštejn.
- Pan Bláha, který se nejmenuje Robert, jel autobusem.
- Jitka Houdková nebyla na Křivoklátu.
- Petr má za ženu Růženu.
- Karel, který se nejmenuje Mládek, byl se svou ženou na Konopišti.
- Autem jel na výlet Jiří, který se nejmenuje Bláha.
- Na kole si vyjela Božena se svým manželem.

Návod: K vyřešení úlohy postupujeme obdobně jako v úloze Dům. Je nejvhodnější použít tabulku nebo jinou formu schématu. Postupujeme tak, že z úlohy zapisujeme jednotlivá fakta. Kombinujeme je nebo naopak vylučujeme.

Řešení: I tuto úlohu je možné řešit logickou úvahou nebo zakreslením zadaných informací do tabulky. Ze zadání úlohy víme, že o každém manželském páru máme informace týkající se křestních jmen obou manželů a jejich společné příjmení. Dále jsou nám známy informace týkající se jejich výletu. Tedy je znám dopravní prostředek, který si manželský pár zvolil, a také jméno hradu, který navštívili. Do připravené tabulky, jejíž zápatí je tvořeno již zmíněnými kategoriemi (příjmení, jméno manžela, jméno manželky, prostředek a hrad) začneme systematicky zapisovat informace jednoznačně plynoucí ze zadání úlohy. Při prvním přečtení pravidel je vhodné označit, která pravidla již byla zaznamenána a která nemohou být zcela jednoznačně přiřazena. Dále je uvedena pouze kompletní tabulka se správným řešením, její sestavení není blíže popsáno.

Tabulka 9: Řešení úlohy Výlet

manželé			dopravní prostředek	jméno hradu
příjmení	manžel	manželka		
Junklovi	Robert	Božena	kolo	Kokořín
Mládkovi	Jiří	Milada	auto	Karlštejn
Bláhovi	Petr	Růžena	autobus	Křivoklát
Houdkovi	Karel	Jitka	vlak	Konopiště

Druhá alternativa

Náročnost: střední **Věk:** adolescent

Čas: 5-10 minut **Cíl:** analýza informací (C)

Zadání: Čtyři manželské páry navštívily čtyři různé země, a to čtyřmi různými dopravními prostředky. Ze zadaných informací určete kdo, kam a jak jel, jestliže víte:

- Vilhanovi letěli do Řecka.
- Jeden manželský pár jel autobusem.
- Jaroslava navštívila Bulharsko.
- Pan Kocourek, který se nejmenuje Josef, jel autem.
- Ivana Krymlová nebyla v Itálii.
- Milan má za ženu Janu.
- Roman, který se nejmenuje Plaček, byl se svou ženou autobusem v Chorvatsku.
- Vlakem jel na dovolenou František.
- Jitka se svým manželem na dovolenou letěla.

Řešení: Je obdobné jako v případě úlohy Výlet, viz tabulka 10.

Tabulka 10: Řešení druhé alternativy úlohy Výlet

manželé			dopravní prostředek	země
příjmení	manžel	manželka		
Vilhanovi	Josef	Jitka	letadlo	Řecko
Plačkovi	František	Jaroslava	vlakem	Bulharska
Kocourkovi	Milan	Jana	auto	Itálie
Krymlovi	Roman	Ivana	autobus	Chorvatsko

Alternativy zadání: Opět lze úlohu zadat jinak a obtížněji, například navýšením počtu osob, které v úloze vystupují. Je nutné formalizovat vztah nových osob k již definovaným.

4.4 Srovnání přístupů k řešení úloh

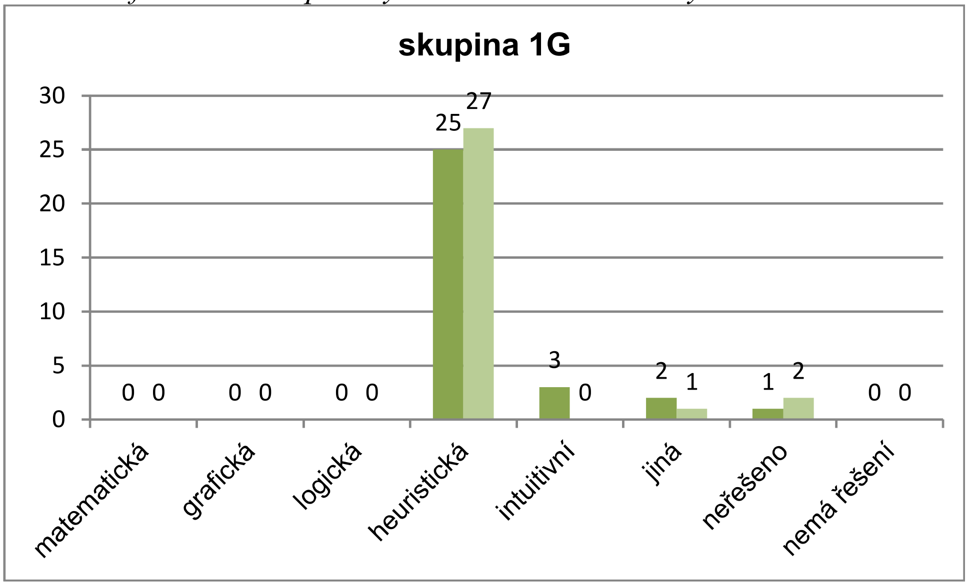
Do sondy bylo zapojeno celkem 60 žáků z věkové kategorie starší školní věk V následujících tabulkách jsou uvedeny informace o způsobech řešení jednotlivých úloh. Skupiny 1G a 2G jsou žáci nižší věkové kategorie, tedy starší školní věk. Během vyhodnocování řešení zadaných úloh bylo využito bodového hodnocení tak, jak je uvedeno v podrobném popisu každé úlohy. Z druhé věkové kategorie adolescentů bylo do sondy zapojeno opět 60 žáků. V tabulkách jsou shodně uvedeny základní informace o způsobech řešení jednotlivých úloh skupin 3G a 4G. I v tomto případě bylo využito bodového hodnocení tak, jak je popsáno u jednotlivých testovaných úloh. Použité metody řešení byly podrobně popsány v kapitole Metody řešení úloh. [8]

V následujících tabulkách s názvem Srovnání přístupů k jednotlivým úlohám jsou uvedeny body, způsob řešení a také čas, po který žáci úlohu řešili. Stejná fakta jsou uvedena i u druhé alternativy úloh, která byla žákům zadána s časovým odstupem. V tabulkách jsou uvedeny metody řešení. V případě, že je v této kolonce uvedeno neřešeno, žák se fáze testování neúčastnil. Není tedy uvedeno ani bodové zlepšení ani časové. Je-li v kolonce uvedeno jiné řešení, pak žáci úlohu vyřešili především neortodoxními přístupy, které vzhledem k zadání není možné. Jedná se především o řešení, která by v reálném životě byla logickým vyústěním situace. Žáci při jejím hledání projevili především dostatečné množství vtipu a originality.

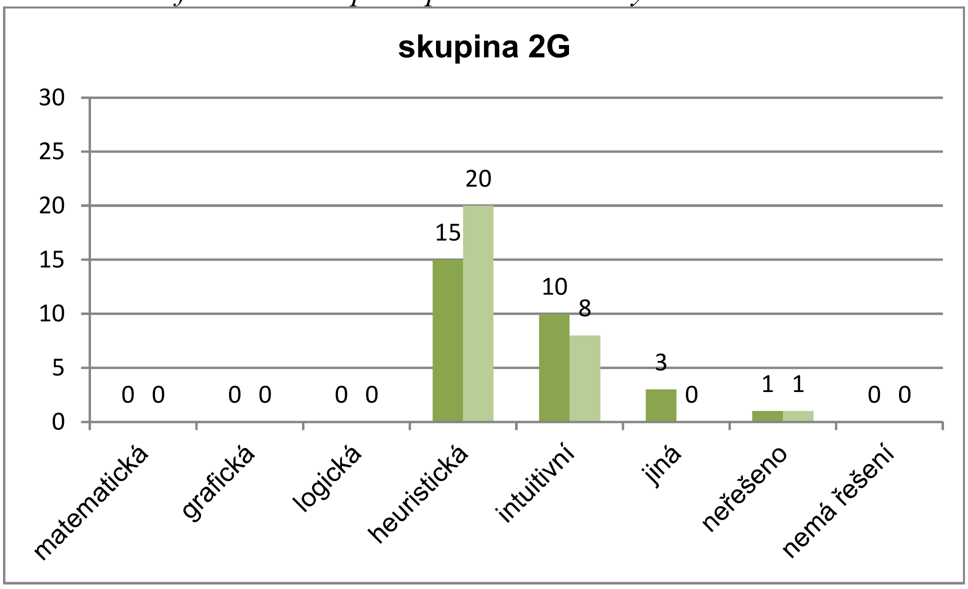
4.4.1 Srovnání přístupů kategorie starší školní věk

Ze srovnání přístupů v rámci kategorie starší školní věk bylo zjištěno několik následujících faktů: při řešení úlohy Pavoučí síť obě skupiny jak 1G tak i 2G využily především heuristické metody, které v tomto případě spočívaly především v opakovaných průchodech Pavoučí sítí a jejich zaznamenání včetně délky. Následovně byly jednotlivé trasy porovnány a do řešení bylo zakresleno pouze nejkratší možné řešení, které žáci nalezli. Při opakovaném zadání podobné úlohy žáci zpravidla využili stejného postupu, ale s mnohem větší efektivitou, což lze odvodit především na základě zvýšení průměrného bodového zisku. Žáci v mnoha případech využili způsobu, které byl označen jako optimální, pro nalezení nejkratší cesty. Při zadání druhé alternativy úlohy se také zkrátil čas, který žáci potřebovali k vyřešení úlohy. Výsledky jsou shrnuty v následujících grafech a tabulkách.

Graf 1: Srovnání použitých metod k řešení úlohy Pavoučí síť I.



Graf 2: Srovnání přístupů k řešení úlohy Pavoučí síť II.



K řešení úlohy Pavoučí síť obě skupiny použily především heuristických metod, které již byly popsány. Intuitivní řešení spočívalo v nalezení jedné jediné cesty na základě odhadu nebo zkušenosti.

V tabulce 11 jsou mimo základních informací, které již byly zmíněny, uvedeny také průměrné bodové hodnoty jak v první tak i druhé fázi testování. Z tabulky vyplývá, že žáci skupina 1G získala průměrně z první alternativy úlohy Pavoučí síť 5,8 bodu s průměrným časem řešení 14,4 minut. Při zadání druhé alternativy úlohy žáci průměrně získali o 1,5 bodu více, tedy 7,3 bodu. Snížil se také průměrný čas řešení dané úlohy o 8,4 minut.

Tabulka 11: Srovnání přístupu k řešení úlohy Pavoučí síť skupina 1G

žák	Pavoučí síť							
	první alternativa			druhá alternativa			srovnání	
	body	metoda	čas [minuta]	body	metoda	čas [minuta]	bodové	časové
1G01	10	intuitivní	14	9	heuristická	14	-1	0
1G02	10	heuristická	16	7	heuristická	2	-3	14
1G03	10	heuristická	17	6	heuristická	5	-4	12
1G04	10	heuristická	20	10	heuristická	2	0	18
1G05	10	heuristická	12	10	heuristická	11	0	1
1G06	10	intuitivní	13	8	heuristická	1	-2	12
1G07	10	heuristická	22	6	heuristická	2	-4	20
1G08	8	heuristická	13	10	heuristická	2	2	11
1G09	8	heuristická	14	7	heuristická	3	-1	11
1G10	8	heuristická	15	9	heuristická	7	1	8
1G11	8	heuristická	21	10	heuristická	14	2	7
1G12	8	heuristická	15	8	heuristická	2	0	13
1G13	7	heuristická	22	10	heuristická	4	3	18
1G14	3	heuristická	20	10	heuristická	7	7	13
1G15	2	heuristická	18	7	heuristická	5	5	13
1G16	0	heuristická	4		neřešeno			
1G17	10	heuristická	12	7	heuristická	7	-3	5
1G18	0	jiná	9	9	heuristická	1	9	8
1G19	0	jiná	7	0	jiná	11	0	-4
1G20	10	heuristická	15	9	heuristická	2	-1	13
1G21	0	heuristická	18	5	heuristická	8	5	10
1G22	7	heuristická	4		neřešeno			
1G23	0	heuristická	10	0	jiná	6	0	4
1G24	0	heuristická	17	7	heuristická	8	7	9
1G25	0	heuristická	4	8	heuristická	3	8	1
1G26	0	intuitivní	15	0	heuristická	5	0	10
1G27	10	heuristická	19	10	heuristická	3	0	16
1G28	10	heuristická	18	10	heuristická	12	0	6
1G29	0	heuristická	14	9	heuristická	7	9	7
1G30	5	heuristická	15	10	heuristická	12	5	3
1G31		neřešeno		0	heuristická	7		

první alternativa		druhá alternativa	
průměrný bodový zisk	5,8	průměrný bodový zisk	7,3
průměrný čas řešení	14,4	průměrný čas řešení	6,0
nejčastější metoda	heuristická	nejčastější metoda	heuristická

V tabulce 12 jsem uvedeny stejné informace o řešení úlohy Pavoučí síť, kterou řešili žáci druhé skupiny 2G. Skupina 2G byla při řešení obou alternativ této úlohy velmi úspěšná. Průměrně žáci získali v první fázi 8,7 bodu a v druhé fázi již 9,6 bodu. Došlo také k vylepšení průměrného časového skóre. Žáci při prvním zadání úlohu průměrně řešili 8,7 minut, při druhém zadání již 5 minut.

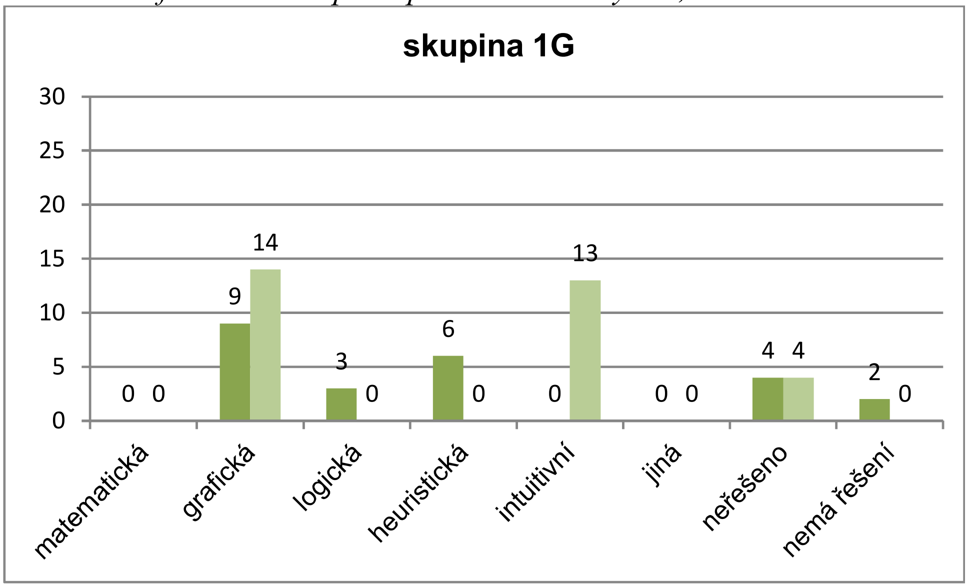
Tabulka 12: Srovnání přístupu k řešení úlohy Pavoučí síť skupina 2G

žák	Pavoučí síť							
	první alternativa			druhá alternativa			srovnání	
	body	metoda	čas [minuta]	body	metoda	čas [minuta]	bodové	časové
2G32	10	heuristická	12	10	heuristická	7	0	5
2G33	10	intuitivní	4	10	heuristická	5	0	-1
2G34	10	intuitivní	5	10	intuitivní	4	0	1
2G35	10	intuitivní	4	10	intuitivní	3	0	1
2G36	10	heuristická	9	10	intuitivní	7	0	2
2G37	10	heuristická	4	10	heuristická	3	0	1
2G38	10	heuristická	9		neřešeno			
2G39	10	intuitivní	7	10	intuitivní	3	0	4
2G40	10	heuristická	9	10	heuristická	4	0	5
2G41	10	heuristická	9	10	heuristická	3	0	6
2G42	10	heuristická	12	10	heuristická	6	0	6
2G43	10	intuitivní	6	10	heuristická	5	0	1
2G44	9	heuristická	12	8	heuristická	3	1	9
2G45	8	heuristická	8	10	heuristická	5	-2	3
2G46	8	intuitivní	9	9	intuitivní	7	-1	2
2G47	8	heuristická	12	10	heuristická	7		
2G48	7	heuristická	11	10	heuristická	3	10	8
2G49	7	heuristická	15	9	heuristická	7	-2	8
2G50	7	heuristická	7	10	heuristická	6	-3	1
2G51	7	heuristická	15	9	heuristická	6	-2	9
2G52	10	intuitivní	6	10	intuitivní	5	0	1
2G53	10	intuitivní	5	10	intuitivní	3	0	2
2G54	10	intuitivní	3	9	heuristická	6	1	-3
2G55	0	nesplněno	11	10	heuristická	6	-10	5
2G56	9	heuristická	10	10	heuristická	4	10	6
2G57	8	heuristická	12	10	heuristická	6	-2	6
2G58	8	intuitivní	4	10	heuristická	4	10	0
2G59	8	intuitivní	13	8	intuitivní	6	10	7
2G60		neřešeno		8	heuristická	7		

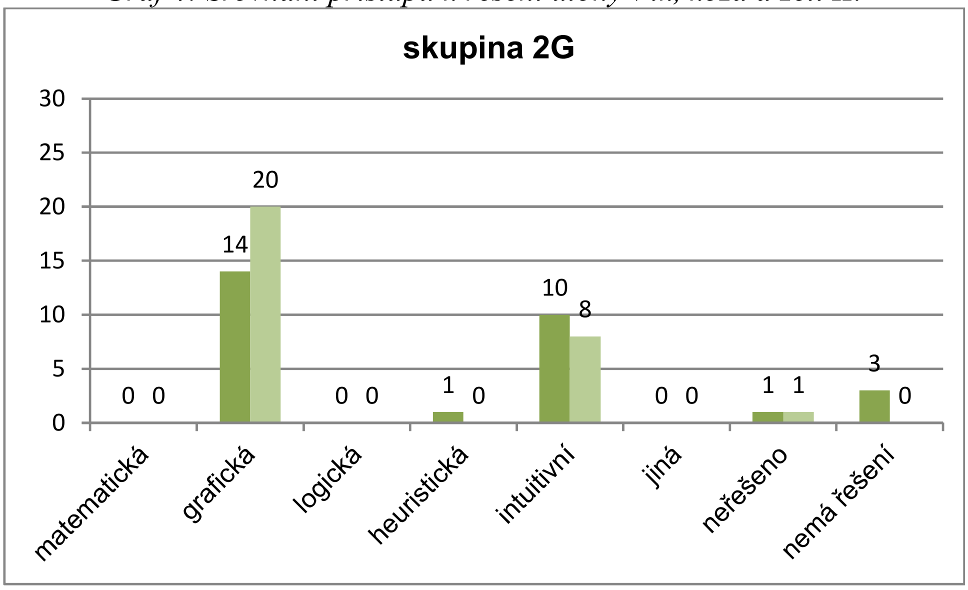
první alternativa		druhá alternativa	
průměrný bodový zisk	8,7	průměrný bodový zisk	9,6
průměrný čas řešení	8,7	průměrný čas řešení	5,0
nejčastější metoda	heuristická	nejčastější metoda	heuristická

Princip této úlohy je poměrně znám a existují různé varianty zadání. Žáci ji již při prvním testování dokázali řešit s vysokým počtem bodů. K vyřešení volili různorodé metody. Mezi nejpoužívanější patří metoda grafická, která spočívá v tomto případě v zakreslení zadání nebo jeho symbolickém zápisu a následovném řešení. Další velmi používanou metodou byla metoda intuitivní. Právě zde žáci využili dřívější zkušenosti.

Graf 3: Srovnání přístupů k řešení úlohy Vlk, koza a zelí I.



Graf 4: Srovnání přístupů k řešení úlohy Vlk, koza a zelí II.



Ve skupině 1G žáci úlohu řešili především grafickou metodou. Průměrný bodový zisk byl 7,4 bodů s průměrným časem 8,6 minut. Při druhém zadání úlohy žáci zlepšili oba dva sledované faktory a nezměnila se nejpoužívanější metoda. Žáci ve druhé fázi testování úlohy Vlk, koza zelí získali průměrně 9,6 bodů. Časové skóre snížili o 4,5 minut.

Tabulka 13: Srovnání přístupu k řešení úlohy Vlk, koza a zelí skupina 1G

žák	Vlk, koza a zelí							
	první alternativa			druhá alternativa			srovnání	
	body	metoda	čas [minuta]	body	metoda	čas [minuta]	bodové	časové
1G01	10	intuitivní	11	10	grafická	8	0	3
1G02	10	grafická	8	10	intuitivní	3	0	5
1G03	10	grafická	9	10	intuitivní	1	0	8
1G04	10	grafická	8	10	grafická	2	0	6
1G05	10	intuitivní	8	10	grafická	6	0	2
1G06	10	heuristická	5	10	intuitivní	1	0	4
1G07	10	intuitivní	9	10	intuitivní	3	0	6
1G08	10	grafická	2	10	intuitivní	2	0	0
1G09	10	intuitivní	3	10	intuitivní	2	0	1
1G10	10	heuristická	8	10	intuitivní	6	0	2
1G11	10	heuristická	11	10	grafická	6	0	5
1G12	10	heuristická	12	10	grafická	4	0	8
1G13	10	heuristická	12	10	grafická	5	0	7
1G14	10	intuitivní	11	10	grafická	4	0	7
1G15	10	intuitivní	3	10	grafická	5	0	-2
1G16	10	logická	3		neřešeno			
1G17	0	grafická	17	10	intuitivní	2	10	15
1G18	10	grafická	9	0	grafická	2	10	7
1G19	10	grafická	5	10	grafická	6	0	-1
1G20		neřešeno		10	intuitivní	3		
1G21	10	intuitivní	4	10	intuitivní	8	0	-4
1G22	0	nemá řešení	9		neřešeno			
1G23	10	heuristická	15	10	grafická	3	0	12
1G24	0	grafická	6		neřešeno			
1G25		neřešeno		10	intuitivní	3	10	-3
1G26	0	grafická	15		neřešeno		0	15
1G27	0	logická	8	10	intuitivní	2	10	6
1G28	0	nemá řešení	12	10	grafická	5	10	7
1G29		neřešeno		10	grafická	5	10	-5
1G30	0	logická	9	10	grafická	5	10	4
1G31		neřešeno		10	intuitivní	8		

první alternativa		druhá alternativa	
průměrný bodový zisk	7,4	průměrný bodový zisk	9,6
průměrný čas řešení	8,6	průměrný čas řešení	4,1
nejčastější metoda	grafická	nejčastější metoda	grafická

Velmi dobře si v této úloze vedla i skupina 2G. Při jejím prvním testování žáci získali průměrně 6,4 bodů. Průměrná délka řešení úlohy byla 7,9 minut. I v toto případě žáci při řešení druhé alternativy získali vyšší počet bodů, a to: 7,5 bodů. Časové skóre bylo sníženo o 2,2 minut. V obou případech žáci nejhojněji využívali především grafické metody.

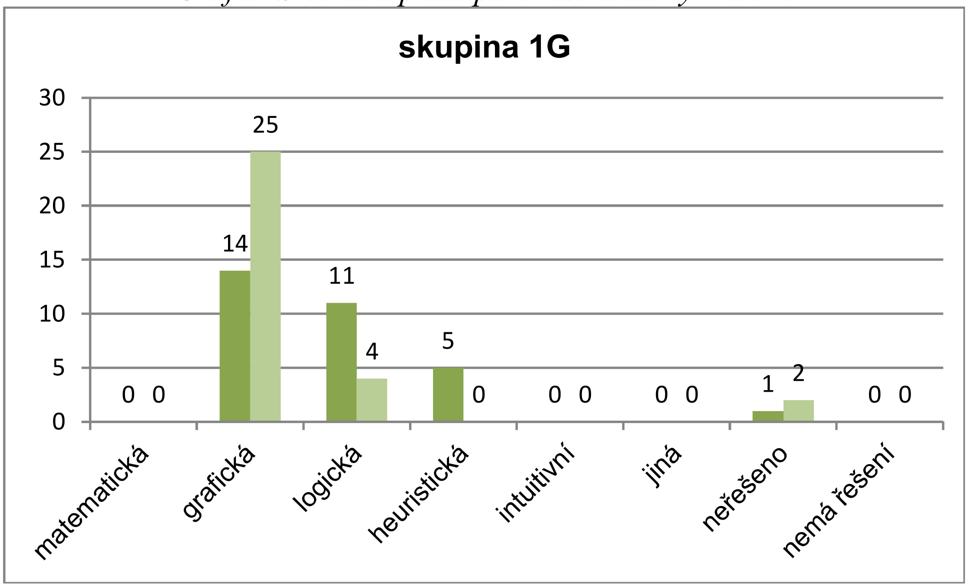
Tabulka 14: Srovnání přístupu k řešení úlohy Vlk, koza a zelí skupina 2G

žák	**Dům**							
	první alternativa			**druhá alternativa**			**srovnání**	
	body	**metoda**	**čas [minuta]**	**body**	**metoda**	**čas [minuta]**	**bodové**	**časové**
2G32	10	intuitivní	5	10	intuitivní	3	10	2
2G33	10	grafická	7	10	grafická	4	10	3
2G34	10	grafická	7	10	grafická	6	10	1
2G35	10	intuitivní	5	10	intuitivní	4	10	1
2G36	10	grafická	4	10	grafická	5	10	-1
2G37	0	intuitivní	11	0	intuitivní	5	0	6
2G38	10	grafická	4		neřešeno			
2G39	10	grafická	6	10	grafická	4	9	2
2G40	10	intuitivní	12	10	grafická	6	10	6
2G41	10	heuristická	12	10	grafická	5	10	7
2G42	10	grafická	7	10	grafická	4	10	3
2G43	10	grafická	6	10	grafická	5	10	1
2G44	10	grafická	10	10	grafická	6	10	4
2G45	10	intuitivní	6	10	intuitivní	5	10	1
2G46	10	grafická	11	10	grafická	8	10	3
2G47	10	grafická	4	10	grafická	5	10	-1
2G48	10	intuitivní	5	10	intuitivní	4	10	1
2G49	0	intuitivní	6	0	intuitivní	6	0	0
2G50	10	grafická	6	10	grafická	4	10	2
2G51	0	intuitivní	7	10	grafická	5	0	2
2G52	0	nemá řešení	11	10	grafická	7	0	4
2G53	0	grafická	9	0	grafická	12	0	-3
2G54	0	intuitivní	7	0	intuitivní	3	0	4
2G55	10	intuitivní	9	10	intuitivní	5	10	4
2G56	0	grafická	13	0	grafická	9	0	4
2G57	0	nemá řešení	10	0	grafická	6	0	4
2G58	0	nemá řešení	11	10	grafická	6	0	5
2G59	0	grafická	9	10	grafická	9	0	0
2G60		neřešeno		0	grafická	8		

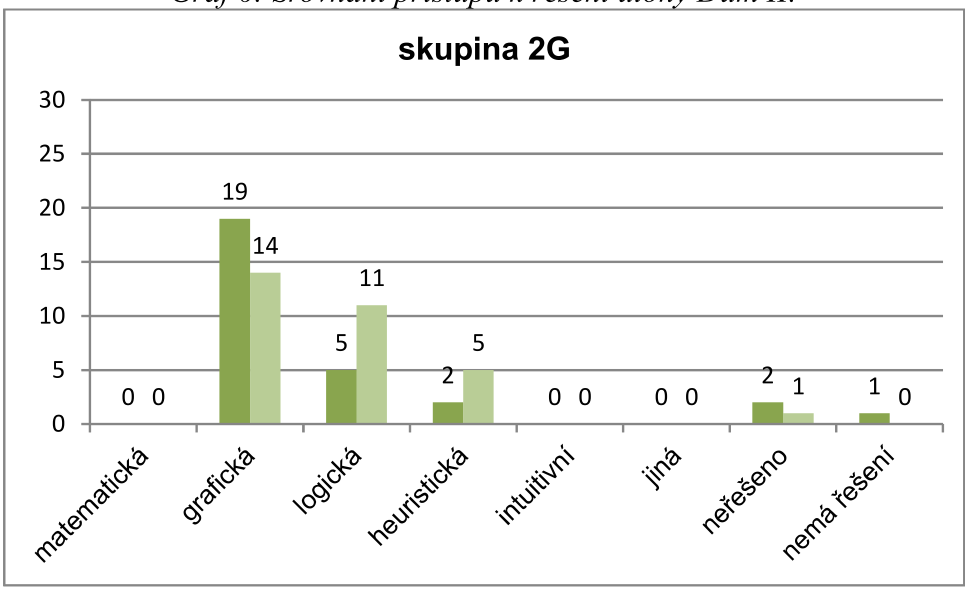
první alternativa		druhá alternativa	
průměrný bodový zisk	6,4	průměrný bodový zisk	7,5
průměrný čas řešení	7,9	průměrný čas řešení	5,7
nejčastější metoda	grafická	nejčastější metoda	grafická

Úloha Dům patří v trojici testovaných příkladů mezi tu s nižší obtížností, což dokládá i úspěšnost žáků při jejím řešení. Již v první fázi testování byl průměrný výsledek v obou skupinách velmi dobrý. V obou případech žáci získali 8,3 bodu. K vyřešení žáci použili především grafické metody, které spočívaly v zakreslení schématu odpovídajícímu pravidlům uvedeným v zadání. V případě použití logického řešení žáci postupovali obdobně, pouze k řešení nevyužili možnosti pravidla zakreslit.

Graf 5: Srovnání přístupů k řešení úlohy Dům I.



Graf 6: Srovnání přístupů k řešení úlohy Dům II.



V první fázi žáci skupiny 1G získali průměrně 8,3 bodů. K dosažení tohoto výsledku potřebovali průměrně 4,2 minut. Ve druhé fázi testování žáci získali průměrně stejný počet bodů. Ačkoliv nedošlo ke zlepšení bodového skóre. Žáci byli schopni druhou alternativu úlohy Dům vyřešit průměrně za 2,8 minut.

Tabulka 15: Srovnání přístupu k řešení úlohy Dům skupina 1G

žák	Dům							
	první alternativa			druhá alternativa			srovnání	
	body	metoda	čas [minuta]	body	metoda	čas [minuta]	bodové	časové
1G01	10	logická	4	10	grafická	4	0	0
1G02	10	grafická	3	5	grafická	2	5	1
1G03	10	grafická	5	10	grafická	1	0	4
1G04	10	grafická	3	10	grafická	1	0	2
1G05	10	logická	3	10	grafická	3	0	0
1G06	10	logická	5	10	grafická	1	0	4
1G07	10	grafická	5	10	logická	1	0	4
1G08	10	heuristická	4	0	grafická	3	10	1
1G09	10	heuristická	1	10	grafická	3	0	-2
1G10	10	logická	4	10	logická	3	0	1
1G11	10	logická	6	10	grafická	2	0	4
1G12	10	logická	3	10	logická	1	0	2
1G13	10	heuristická	6	10	grafická	2	0	4
1G14	10	heuristická	8	10	grafická	6	0	2
1G15	10	grafická	4	10	grafická	5	0	-1
1G16	10	grafická	2		neřešeno			
1G17	10	logická	3	10	grafická	4	0	-1
1G18	10	grafická	3	0	grafická	1	10	2
1G19	10	heuristická	4	10	grafická	4	0	0
1G20	10	logická	3	10	grafická	2	0	1
1G21	7,5	grafická	3	5	logická	3	2,5	0
1G22	10	logická	4		neřešeno			
1G23	0	grafická	0	0	grafická	4	0	-4
1G24	10	grafická	4	0	grafická	4	10	0
1G25	0	grafická	7	10	grafická	2	10	5
1G26	10	grafická	4	10	grafická	4	0	0
1G27	0	grafická	3	10	grafická	2	10	1
1G28	0	logická	12	10	grafická	4	10	8
1G29	10	logická	3	10	grafická	3	0	0
1G30	0	grafická	6	10	grafická	3	10	3
1G31		neřešeno		10	grafická			

první alternativa		druhá alternativa	
průměrný bodový zisk	8,3	průměrný bodový zisk	8,3
průměrný čas řešení	4,2	průměrný čas řešení	2,8
nejčastější metoda	grafická	nejčastější metoda	grafická

Skupina 2G si při řešení úlohy Dům ve dvou variantách vedla následovně. Jak již bylo řečeno, patřila úloha Dům mezi úlohy s nízkou obtížností. Žáci při zadání první alternativy průměrně získali opět 8,3 bodu. K vyřešení úlohy průměrně žáci potřebovali 4,6 minut. Již při druhém zadání průměrně žáci získali maximální počet 10 bodů. K zlepšení došlo i oblasti průměrného času řešení. Žáci byli průměrně úlohu vyřešit za 3,4 minut.

Tabulka 16: Srovnání přístupu k řešení úlohy Dům skupina 2G

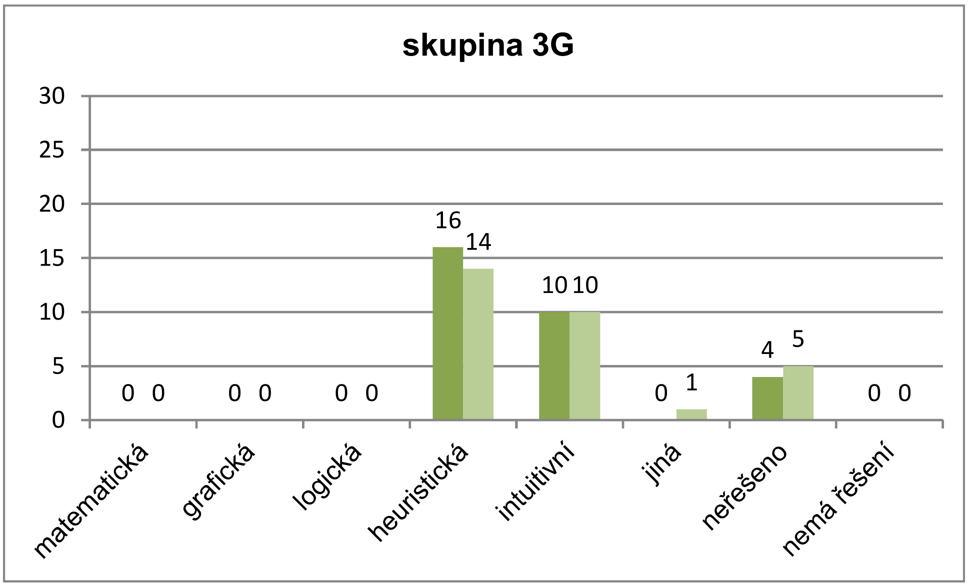
žák	**Dům**							
	první alternativa			**druhá alternativa**			**srovnání**	
	body	**metoda**	**čas [minuta]**	**body**	**metoda**	**čas [minuta]**	**bodové**	**časové**
2G32	5	grafická	5	10	grafická	3	10	2
2G33	10	heuristická	7	10	grafická	3	10	4
2G34	10	grafická	9	10	grafická	4	10	5
2G35	10	grafická	7	10	grafická	5	10	2
2G36	10	logická	7	10	logická	5	10	2
2G37	10	grafická	4	10	grafická	2	0	2
2G38	10	grafická	4		neřešeno			
2G39	0	neřešeno		10	grafická	6		
2G40	5	grafická	5	10	grafická	3	10	2
2G41	10	heuristická	7	10	grafická	3	10	4
2G42	10	grafická	3	10	grafická	2	10	1
2G43	10	logická	5	10	logická	4	10	1
2G44	10	logická	4	10	grafická	2	10	2
2G45	10	grafická	2	10	grafická	3	10	-1
2G46	10	grafická	5	10	grafická	4	10	1
2G47	10	grafická	2	10	grafická	3	10	-1
2G48	0	nemá řešení	2	10	grafická	4	10	-2
2G49	10	grafická	4	10	grafická	2	0	2
2G50	10	grafická	6	10	grafická	4	10	2
2G51	10	grafická	3	10	grafická	2	0	1
2G52	5	grafická	4	10	grafická	3	0	1
2G53	10	logická	4	10	logická	4	0	0
2G54	10	grafická	5	10	grafická	3	0	2
2G55	10	grafická	3	10	grafická	6	10	-3
2G56	0	grafická	5	10	grafická	3	0	2
2G57	7,5	grafická	5	10	grafická	3	0	2
2G58	10	grafická	4	10	grafická	3	0	1
2G59	10	logická	4	10	logická	2	0	2
2G60		neřešeno		10	grafická	4		

první alternativa		druhá alternativa	
průměrný bodový zisk	8,3	průměrný bodový zisk	10,0
průměrný čas řešení	4,6	průměrný čas řešení	3,4
nejčastější metoda	grafická	nejčastější metoda	grafická

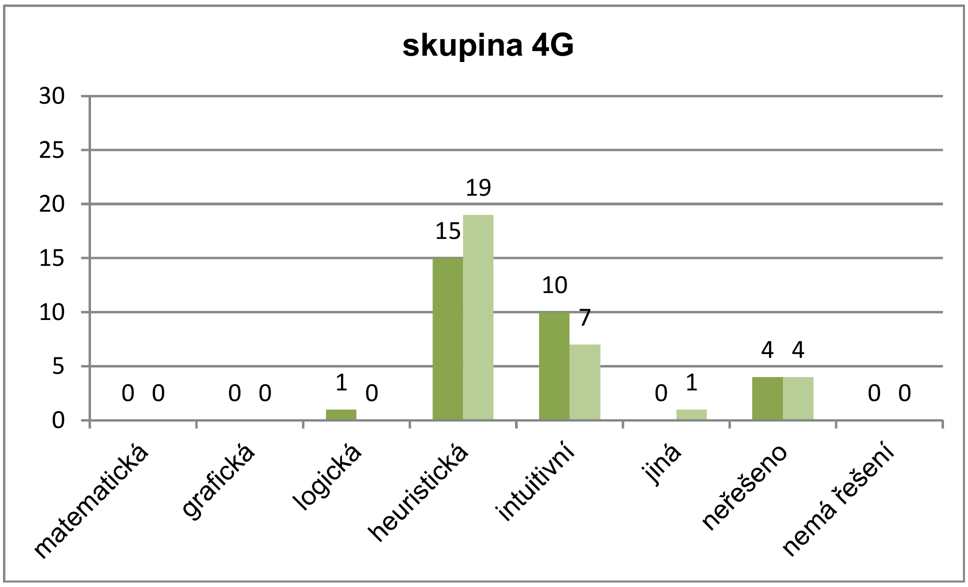
4.4.2 Srovnání přístupů kategorie adolescent

Úloha Cesta po českých krajských městech byla žáky obou skupin 3G a 4G nejčastěji řešena heuristickou metodou, která, podobně jako u Pavoučí sítě, spočívala v opakovaných průchodech a zapisováním délky tras. I v tomto případě následovalo vyhodnocení tras a zakreslení jen nejkratší možné cesty do řešení. Žáci dále pracovali s intuitivními metodami, které byly založeny především na vlastní zkušenosti nebo odhadu.

Graf 7: Srovnání přístupů k řešení úlohy Cesta po českých krajských městech I.



Graf 8: Srovnání přístupů k řešení úlohy Cesta po českých krajských městech II.



Skupina 3G při řešení úlohy Cesta po krajských městech při prvním zadání získala pouze 3,8 bodu. Bodové skóre bylo vylepšeno o 0,5 bodu při zadání druhé alternativy. Nepatrně se zlepšil průměr řešení úlohy. Při prvním zadání žáci úlohu průměrně řešili 6,1 minut. Při opakovaném zadání bylo časové skóre o 0,1 minuty vylepšeno.

Tabulka 17: Srovnání přístupu k řešení úlohy Cesta po krajských městech skupina 3G

žák	**Cesta po českých krajských městech**							
	první alternativa			**druhá alternativa**			**srovnání**	
	body	**metoda**	**čas [minuta]**	**body**	**metoda**	**čas [minuta]**	**bodové**	**časové**
3G61	0	heuristická	12	0	neřešeno	0	0	12
3G62	0	intuitivní	10	10	heuristická	6	-10	4
3G63	0	intuitivní	5	0	neřešeno	0		
3G64	0	heuristická	4	0	jiná	9	0	-5
3G65	0	intuitivní	5	5	heuristická	5	-5	0
3G66	4	heuristická	5	6	intuitivní	3	-2	2
3G67	0	heuristická	9	8	heuristická	9	-8	0
3G68	4	heuristická	6	0	heuristická	6	4	0
3G69	4	intuitivní	4	0	neřešeno	0		
3G70	4	heuristická	4	0	intuitivní	2	4	2
3G71	8	intuitivní	5	10	intuitivní	11	-2	-6
3G72	3	heuristická	6	2	heuristická	10	1	-4
3G73	4	heuristická	7	4	heuristická	6	0	1
3G74	4	heuristická	10	10	heuristická	10	-6	0
3G75	0	neřešeno	0	4	heuristická	8		
3G76	0	intuitivní	4	0	neřešeno	0	0	4
3G77	4	intuitivní	4	1	heuristická	14	3	-10
3G78	8	heuristická	15	4	intuitivní	12	4	3
3G79	8	intuitivní	5	6	intuitivní	9	2	-4
3G80	8	heuristická	5	4	intuitivní	14	4	-9
3G81	4	heuristická	10	6	intuitivní	4	-2	6
3G82		neřešeno		10	heuristická	4		
3G83	10	heuristická	8	2	heuristická	4	8	4
3G84	4	heuristická	5	10	heuristická	4	-6	1
3G85	10	heuristická	8	6	heuristická	7	4	1
3G86	10	intuitivní	5	10	intuitivní	3	0	2
3G87	0	intuitivní	4	0	neřešeno	0	0	4
3G88	10	heuristická	11	4	intuitivní	3	6	8
3G89	0	neřešeno	0	6	heuristická	14		
3G90	0	neřešeno	0	1	intuitivní	2		

první alternativa		druhá alternativa	
průměrný bodový zisk	3,8	průměrný bodový zisk	4,3
průměrný čas řešení	6,1	průměrný čas řešení	6,0
nejčastější metoda	heuristická	nejčastější metoda	heuristická

Skupina 4G si v této úloze vedla o poznání lépe, což se projevilo především na průměrném bodovém skóre. V první fázi testování získali žáci průměrně 5,0 bodů. Tohoto výsledku průměrně dosáhli za 6,9 minut a to především heuristickými metodami. Při druhém zadání alternativy úlohy se průměrný bodový zisk zvýšil na 6,2 bodu. Došlo i ke zlepšení časového skóre o 0,7 minuty.

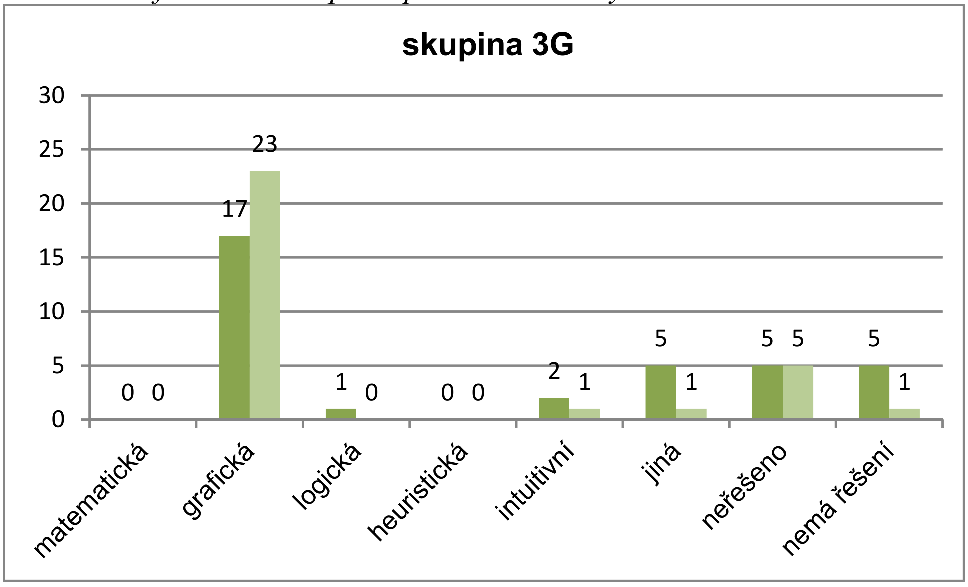
Tabulka 18: Srovnání přístupu k řešení úlohy Cesta po krajských městech skupina 4G

žák	Cesta po českých krajských městech							
	první alternativa			druhá alternativa			srovnání	
	body	metoda	čas [minuta]	body	metoda	čas [minuta]	bodové	časové
4G91	10	heuristická	7	10	heuristická	4	0	3
4G92	10	heuristická	5	8	heuristická	3	-2	2
4G93	10	heuristická	7	8	heuristická	3	-2	4
4G94	0	heuristická	3	6	heuristická	7	6	4
4G95	10	heuristická	12	7	heuristická	6	-3	6
4G96	4	intuitivní	7	5	heuristická	5	1	2
4G97	4	logická	4	7	heuristická	9	3	-5
4G98	4	intuitivní	16	8	heuristická	4	4	12
4G99	4	intuitivní	6	7	heuristická	6	3	0
4G100	0	intuitivní	2	3	intuitivní	5	3	-3
4G101	0	neřešeno		7	heuristická	6		
4G102	4	heuristická	11	10	heuristická	9	6	2
4G103		neřešeno		5	heuristická	7		
4G104	8	intuitivní	7	6	intuitivní	9	-2	2
4G105	0	intuitivní	7		neřešeno			
4G106	5	intuitivní	10	10	intuitivní	6	5	4
4G107	0	heuristická	6	6	heuristická	5	6	1
4G108	4	heuristická	5	6	heuristická	3	2	-2
4G109	8	intuitivní	7	10	intuitivní	7	2	0
4G110	8	heuristická	7	4	intuitivní	6	-4	1
4G111	10	heuristická	8	6	heuristická	7	-4	1
4G112	10	heuristická	7	1	heuristická	6	-9	1
4G113	0	intuitivní	4		neřešeno			
4G114	10	heuristická	10	4	intuitivní	3	-6	7
4G115		neřešeno		6	heuristická	14		
4G116	4	heuristická	5	6	intuitivní	3	2	2
4G117	0	heuristická	7	6	heuristická	13	6	-6
4G118	3	heuristická	6	0	heuristická	6	-3	0
4G119	4	intuitivní	4		neřešeno			
4G120		neřešeno			neřešeno			

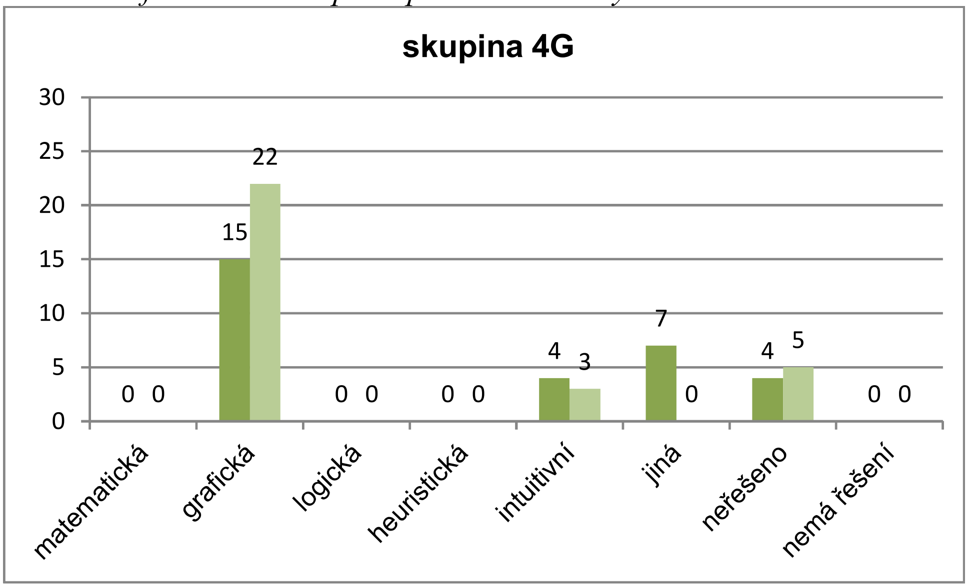
první alternativa		druhá alternativa	
průměrný bodový zisk	5,0	průměrný bodový zisk	6,2
průměrný čas řešení	6,9	průměrný čas řešení	6,2
nejčastější metoda	heuristická	nejčastější metoda	heuristická

Dále byl zjišťován přístup žáků k řešení úlohy Žárliví manželé. Jak bylo uvedeno v kapitole Testované příklady sbírky, patří úlohy tohoto typu mezi známé. V obou případech jej žáci řešili především graficky. Způsob spočíval v zakreslení manželů a manželek pomocí barevných znaků. Následovně je, dle pravidel, různě přesouvali.

Graf 9: Srovnání přístupu k řešení úlohy Žárliví manželé I.



Graf 10: Srovnání přístupu k řešení úlohy Žárliví manželé II.



Průměrný bodový zisk při prvním zadání úlohy Žárliví manželé byl u této skupiny 2,9 bodu s průměrným časem řešení 8,8 minut. Již při druhém zadání úlohy získali žáci průměrně 4,8 bodu. Rovněž došlo ke snížení průměrného časového skóre, a to na 7,9 minut.

Tabulka 19: Srovnání přístupu k řešení úlohy Žárliví manželé skupina 3G

žák	**Žárliví manželé**							
	první alternativa			**druhá alternativa**			**srovnání**	
	body	**metoda**	**čas [minuta]**	**body**	**metoda**	**čas [minuta]**	**bodové**	**časové**
3G61	**0**	grafická	9		neřešeno		2,5	0
3G62	**0**	neřešeno	0	10	grafická	9	3,5	1
3G63	**0**	grafická	14		neřešeno		4,5	2
3G64	**0**	neřešeno		0	grafická	9		
3G65	**0**	neřešeno		10	grafická	8		
3G66	**0**	jiná	9	10	grafická	6	8	3
3G67	**10**	grafická	7	10	grafická	5	4	2
3G68	**0**	grafická	6	0	grafická	9	7,5	3
3G69	**0**	grafická	6		neřešeno			
3G70	**0**	grafická	10	0	grafická	14	0	4
3G71	**0**	jiná	7	10	grafická	6	10	1
3G72	**10**	jiná	9	0	grafická	10	5	-1
3G73	**0**	jiná	17	0	grafická	7	4,5	10
3G74	**0**	grafická	5	0	grafická	15	0	10
3G75		neřešeno		**0**	jiná	6		
3G76	**0**	grafická	6		neřešeno			
3G77	**10**	grafická	10	10	grafická	5	0	5
3G78	**10**	grafická	8	0	grafická	9	10	-1
3G79	**0**	intuitivní	13	0	intuitivní	4	6,5	9
3G80	**0**	grafická	12	10	grafická	5	7	7
3G81	**0**	grafická	11	0	grafická	10	2,5	1
3G82		neřešeno		**0**	grafická	5		
3G83	**0**	grafická	8	10	grafická	5	3	3
3G84	**0**	logická	12	10	grafická	11	-10	1
3G85	**10**	intuitivní	8	0	grafická	9	6	-1
3G86	**0**	grafická	12	10	grafická	15	-10	-3
3G87	**10**	grafická	12		neřešeno			
3G88	**10**	grafická	9	10	grafická	5	0	4
3G89	0	jiná	7	10	grafická	9	-10	-2
3G90	10	grafická	3	0	grafická	2	10	1

první alternativa		druhá alternativa	
průměrný bodový zisk	2,9	průměrný bodový zisk	4,8
průměrný čas řešení	8,8	průměrný čas řešení	7,9
nejčastější metoda	grafická	nejčastější metoda	grafická

V tabulce 20 jsou popsány základní informace o dvojím zadávání úlohy Žárliví manželé u skupiny 4G. Tato skupina podobně jako skupina 3G řešila zpravidla úlohu graficky. Při prvním zadání alternativy žáci získali pouze 2,3 bodu, kterých dosáhli průměrně za 9,4 minut. Při řešení druhé alternativy žáci opět nejčastěji využili grafickou metodu efektivněji. Průměrně získali 6,0 bodů s průměrným časovým skórem 7,8 minut.

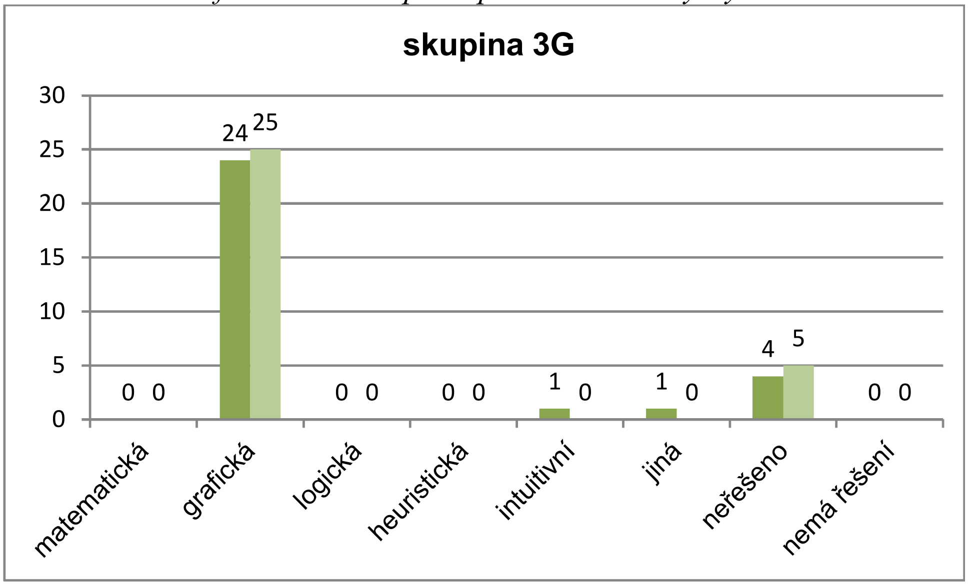
Tabulka 20: Srovnání přístupu k řešení úlohy Žárliví manželé skupina 4G

žák	**Žárliví manželé**							
	první alternativa			**druhá alternativa**			**srovnání**	
	body	**metoda**	**čas [minuta]**	**body**	**metoda**	**čas [minuta]**	**bodové**	**časové**
4G91	0	grafická	7	10	grafická	5	10	2
4G92	0	grafická	13	0	grafická	7	0	6
4G93	0	jiná	16	0	grafická	7	0	9
4G94	10	grafická	12	10	grafická	7	0	5
4G95	0	jiná	14	0	grafická	6	0	8
4G96	0	jiná	7	10	grafická	13	10	5
4G97	0	grafická	11	10	grafická	5	10	6
4G98	0	grafická	13	0	grafická	7	0	6
4G99	0	grafická	11	0	grafická	7	0	4
4G100	0	intuitivní	7	10	intuitivní	5	10	2
4G101	0	intuitivní	9	0	intuitivní	14	0	-5
4G102	**0**	grafická	5	0	grafická	15	0	-10
4G103		neřešeno			neřešeno			
4G104	**0**	intuitivní	11	0	intuitivní	5	0	6
4G105	**10**	grafická	12		neřešeno			
4G106		neřešeno		10	grafická	10		
4G107	**0**	jiná	7	10	grafická	12	10	-5
4G108	**0**	jiná	9	10	grafická	7	10	-2
4G109	**0**	jiná	3	10	grafická	6	10	-3
4G110	**0**	grafická	12	10	grafická	4	10	8
4G111	**10**	intuitivní	8	10	grafická	9	0	-1
4G112	**0**	grafická	9	10	grafická	9	10	0
4G113	**10**	grafická	12		neřešeno			
4G114	**10**	grafická	9	0	grafická	5	-10	4
4G115		neřešeno		10	grafická	9		
4G116	**0**	jiná	9	10	grafická	6	10	3
4G117	**10**	grafická	7	10	grafická	5	0	2
4G118	**0**	grafická	6	0	grafická	9	0	-3
4G119	**0**	grafická	6		neřešeno			
4G120		neřešeno			neřešeno			

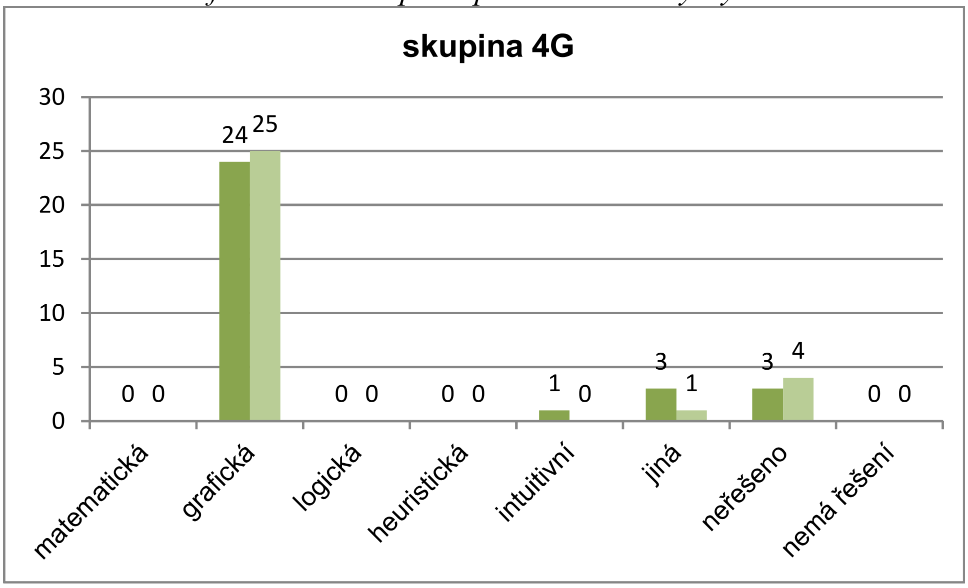
první alternativa		druhá alternativa	
průměrný bodový zisk	2,3	průměrný bodový zisk	6,0
průměrný čas řešení	9,4	průměrný čas řešení	7,8
nejčastější metoda	grafická	nejčastější metoda	grafická

Žáci úlohu Výlet ji v obou alternativách řešili grafickou metodou. V jejich řešeních použili různá schémata a tabulky, které dovolovaly kombinovat různá pravidla plynoucí ze zadání. Žáci mimo tuto metodu také zastávali názor, že úloha tak jak je zadaná, nemá řešení. Další varianta, která se vyskytla u obou skupin, spočívala v existenci dalšího manželského páru.

Graf 11: Srovnání přístupů k řešení úlohy Výlet I.



Graf 12: Srovnání přístupů k řešení úlohy Výlet II.



Při řešení úlohy Výlet v obou variantách žáci využili nejčastěji grafické metody. V průměru získali 4,6 bodu s průměrným časem 9,9 minut. Při zadání druhé alternativy žáci získali 8,1 bodu. Došlo i ke zlepší průměrného času, který k vyřešení úlohy potřebovali. Skupina byla schopna druhou variantu vyřešit za 8,6 minut.

Tabulka 21: Srovnání přístupu k řešení úlohy Výlet skupina 3G

žák	**Výlet**							
	první alternativa			**druhá alternativa**			**srovnání**	
	body	**metoda**	**čas [minuta]**	**body**	**metoda**	**čas [minuta]**	**bodové**	**časové**
3G61	0	grafická	4		neřešeno		0	4
3G62	1	grafická	8	10	grafická	9	9	1
3G63	3	intuitivní	9		neřešeno			
3G64	3	grafická	5	8,5	grafická	8	5,5	3
3G65	5,5	grafická	15	9	grafická	7	3,5	8
3G66	2	grafická	13	10	grafická	7	8	6
3G67	6	grafická	8	10	grafická	8	4	0
3G68	2,5	grafická	9	10	grafická	10	7,5	-1
3G69	2,5	grafická	4		neřešeno			
3G70	3	grafická	8	2	grafická	6	1	2
3G71	0	jiná	7	10	grafická	8	10	-1
3G72	5	grafická	7	10	grafická	13	5	-6
3G73	4,5	grafická	19	9	grafická	12	4,5	7
3G74	4,5	grafická	10	2	grafická	10	2,5	0
3G75		neřešeno		6	grafická	8		
3G76	10	grafická	16		neřešeno			
3G77	6	grafická	8	2,5	grafická	7	3,5	1
3G78	0	grafická	11	10	grafická	7	10	4
3G79	2,5	grafická	12	9	grafická	12	6,5	0
3G80	3	grafická	5	10	grafická	7	7	-2
3G81	7,5	grafická	7,5	10	grafická	9	2,5	-1,5
3G82		neřešeno		2	grafická	18		
3G83	3	grafická	8	6	grafická	5	3	3
3G84	10	grafická	16	7,5	grafická	9	2,5	7
3G85	4	grafická	12	10	grafická	5	6	7
3G86	10	grafická	16	10	grafická	9	0	7
3G87	10	grafická	8		neřešeno			
3G88	10	grafická	13	10	grafická	7	0	6
3G89		neřešeno		10	grafická	10		
3G90		neřešeno		10	grafická	5		

první alternativa		druhá alternativa	
průměrný bodový zisk	4,6	průměrný bodový zisk	8,1
průměrný čas řešení	9,9	průměrný čas řešení	8,6
nejčastější metoda	grafická	nejčastější metoda	grafická

I v tomto případě skupina 4G průměrně získala v prvé fázi testování více než skupina 3G, tedy 5 bodů. V druhé fázi testování při zadaní alternativy úlohy Výlet žáci průměrně získali průměrně 9,2 bodu. Rovněž došlo ke snížení časového skóre z původních 8,9 minut na 7,4 minut.

Tabulka 22: Srovnání přístupu k řešení úlohy Výlet skupina 4G

žák	**Výlet**							
	první alternativa			**druhá alternativa**			**srovnání**	
	body	**metoda**	**čas [minuta]**	**body**	**metoda**	**čas [minuta]**	**bodové**	**časové**
4G91	10	grafická	9	10	grafická	7	0	3
4G92	10	grafická	14	10	grafická	6	0	8
4G93	7	grafická	8	10	grafická	4	3	4
4G94	6,5	grafická	7	10	grafická	5	3,5	2
4G95	4	grafická	15	10	grafická	6	6	9
4G96	10	grafická	16	10	grafická	7	0	2
4G97	4,5	grafická	7	8	jiná	6	3,5	1
4G98	3,5	grafická	7	10	grafická	6	6,5	1
4G99	2,5	grafická	7	8	grafická	5	5,5	2
4G100	0	jiná	6	10	grafická	7	10	-1
4G101	0	jiná	11	8	grafická	6		
4G102	5	grafická	12	2	grafická	10	-3	2
4G103		neřešeno		5	grafická	6		
4G104	3	grafická	5	10	grafická	7	7	-2
4G105	10	grafická	8		neřešil			
4G106	1	grafická	8	10	grafická	7	7	1
4G107	6,5	grafická	10	10	grafická	5	3,5	5
4G108	2,5	grafická	11	10	grafická	13	7,5	-2
4G109	0	jiná	7	10	grafická	6	10	1
4G110	4,5	grafická	5	10	grafická	10	5,5	-5
4G111	4	grafická	9	10	grafická	5	6	4
4G112	10	grafická	10	10	grafická	9	0	1
4G113	10	grafická	8		neřešeno			
4G114	8	grafická	7	10	grafická	8	2	-1
4G115		neřešeno		10	grafická	10		
4G116	2	grafická	13	10	grafická	13	8	0
4G117	6,5	grafická	8	8	grafická	8	1,5	0
4G118	2,5	grafická	9	10	grafická	10	7,5	-1
4G119	2,5	grafická	4		neřešeno			
4G120		neřešeno			neřešeno			

první alternativa		druhá alternativa	
průměrný bodový zisk	5,0	průměrný bodový zisk	9,2
průměrný čas řešení	8,9	průměrný čas řešení	7,4
nejčastější metoda	grafická	nejčastější metoda	grafická

5 Sbírka

Dále jsou uvedeny úlohy sbírky, které neprošly testovací fází. Tyto úlohy jsou dostupné na již zmiňovaném e-learningovém kurzu Srovnání přístupu žáků různých ročníků osmiletých gymnázií k řešení vybraných úloh z informatiky na Moodle FP TUL, kde jsou k dispozici přímo pracovní listy, ale i jejich řešení. V této části práce jsou uvedena zadání zbylých úloh, která respektují všechny již zmíněné faktory pro výběr úloh.

Kouzelné vejce

Náročnost: střední **Věk:** starší školní věk

Čas: 5 minut **Zaměření:** metoda půlení intervalu (A)

Zadání: Máte k dispozici jedno kouzelné vejce a stojíte v přízemí dvanáctipatrové budovy. Po jednotlivých patrech se můžete pohybovat pouze po schodišti. Jak budete postupovat, abyste zjistili, ze kterého patra je možné hodit vejce tak, aniž by se rozbilo?

Řešení: Pokud stojíme v přízemí výškové budovy, budeme testovat hody kouzelného vejce od nejnižšího patra. Vždy když vejce hodíme, sejdeme do místa dopadu a zjistíme, zda se vejce rozbilo nebo ne. V případě, že vejce zůstalo neporušeno opakujeme pokus z patra o jedno výše než v předchozím případě. Tento postup opakujeme tak dlouho, dokud nezjistíme, ze kterého patra se hozené vejce rozbije. [19]

Alternativy zadání: Úlohu lze obměnit tím, že se zvýší počet vajec, které máme k dispozici. V takovém případě úloha vede na metodu půlení intervalů.

Telefonní seznam

Náročnost: střední **Věk:** adolescent

Čas: 5 minut **Zaměření:** metoda půlení intervalu (A)

Zadání: Máte k dispozici telefonní seznam, ve kterém máte vyhledat kontakt na pana Libora Sováka. Jak budete postupovat?

Řešení: Tato úloha je dobrou demonstrací výhod, které přináší vyhledávání metodou půlení intervalu. Žáci jasně vidí rozdíl při listování telefonním seznamem od začátku a při vyhledávání s půlením intervalu. Metoda půlení intervalu nabízí řešení, kdy otevřeme telefonní seznam na stránce, kde předpokládáme, že nalezneme příjmení

Sovák. Po přečtení příjmení na konkrétní otevřené stránce je třeba vyhodnotit jeho pozici v abecedě vzhledem k hledanému. Následně opět využijeme metodu půlení intervalů tentokrát již na menším počtu stránek daného seznamu. Tento postup opakujeme, dokud nenalezneme požadovanou stránku.

Alternativy zadání: Úlohu lze různě obměňovat a kombinovat. Možné je v zadání změnit počet stran, které kniha má, nebo počet možných opakování.

Čísla

Náročnost: střední **Věk:** starší školní věk

Čas: 5 minut **Zaměření:** třídící algoritmy (A)

Zadání: Srovnejte pět kartiček s přirozenými čísly, a to čísla v tomto pořadí: 68, 15, 37, 23, 9 do rostoucí posloupnosti. Kartičky můžete vyměnit vždy jen ty, které jsou vedle sebe.

Řešení: K řešení této úlohy je třeba využít postupy, kdy jsou kartičky tříděny. Formalizace a optimalizace celého procesu vede žáky k intuitivnímu použití některého z třídících algoritmů. Pro tuto úlohu byl zvolen algoritmus Bubblesort, především proto že se jedná o řešení, které je žákům velmi blízké. Do jisté míry se jedná o intuitivní řešení, viz obrázek 10.

68	15	37	23	9
15	68	37	23	9
15	37	68	23	9
15	37	23	68	9
15	23	37	68	9
15	23	37	9	68
15	23	9	37	68
15	9	23	37	68
9	15	23	37	68

Obrázek 10: Řešení úlohy Čísla

Alternativy zadání: Úlohu lze obměňovat pomocí zvyšujícího se počtu kartiček, které je třeba srovnat. Možné je také úlohu zadat bez omezujícího kritéria, které určuje, že je k dispozici pouze jedna kartička s danou hodnotou.

Karty

Náročnost: střední **Věk:** adolescent

Čas: 5 minut **Zaměření:** třídící algoritmy (A)

Zadání: Srovnejte karty jedné konkrétní barvy dle jejich hodnoty od nejmenší po největší. K dipozici máte vždy tyto karty sedmu, osmu, devítku, desítku, spodka, svrška, krále a eso. Karty jsou ale libovolně pomíchány. Karty můžete vyměnit vždy jen ty, které jsou vedle sebe.

Řešení: Postup je obdobný jako u úlohy Čísla. Opět byl použit stejný třídící algoritmus. Důvody pro jeho výběr jsou obdobné jako v případě úlohy Čísla, viz obrázek 11.

devět	eso	sedma	král	osma	spodek	deset	svršek
devět	sedma	eso	král	osma	spodek	deset	svršek
sedma	devět	eso	král	osma	spodek	deset	svršek
sedma	devět	král	eso	osma	spodek	deset	svršek
sedma	devět	král	osma	eso	spodek	deset	svršek
sedma	devět	osma	král	eso	spodek	deset	svršek
sedma	osma	devět	král	eso	spodek	deset	svršek
sedma	osma	devět	král	spodek	eso	deset	svršek
sedma	osma	devět	spodek	král	eso	deset	svršek
sedma	osma	devět	spodek	král	deset	eso	svršek
sedma	osma	devět	spodek	deset	král	eso	svršek
sedma	osma	devět	deset	spodek	král	eso	svršek
sedma	osma	devět	deset	spodek	král	svršek	eso
sedma	osma	devět	deset	spodek	svršek	král	eso

Obrázek 11: Řešení úlohy Karty

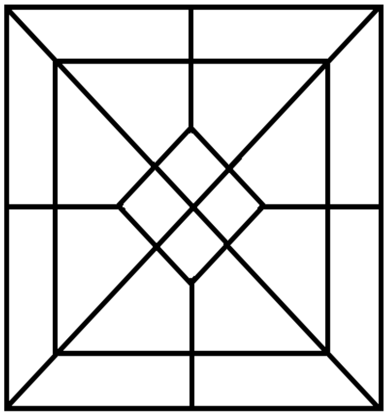
Alternativy zadání: I v tomto případě lze úlohu zadat obtížněji tak, že úloha bude zadána bez omezujících kritérií. Například, že se nebude jednat o karty téže barvy, a tudíž se některé karty mohou v daném vzorku objevit vícekrát. Další alternativou je naopak přidání kritéria, které omezí počet tahů, které je možné maximálně provést.

Barevný čtverec 1

Náročnost: střední **Věk:** starší školní věk

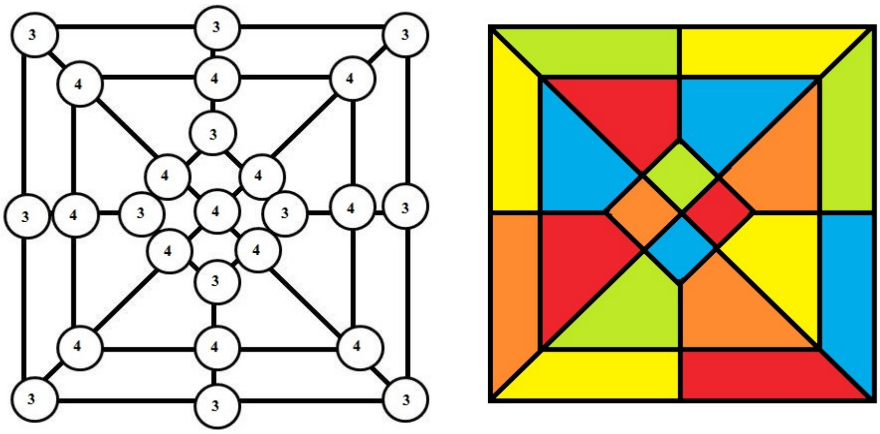
Čas: 5 minut **Zaměření:** problém čtyř barev (B)

Zadání: Vybarvěte plošky uvnitř čtverce pěti různými barvami. Použijte například zelenou, žlutou, červenou, oranžovou a modrou barvu tak, aby se stejně barevné plochy nedotýkaly. Stejně barevné plošky se nesmí dotýkat ani růžkem. [14]



Obrázek 12: Zadání Barevný čtverec 1

Řešení: Obrázek zadaného čtverce lze zobrazit také jako graf. Jednotlivé vrcholy čtverce jsou ohodnoceny čísly, které odpovídají počtu sbíhajících se úseček v něm, viz obrázek 13. Podobný model řešení uvádí Pelánek ve své knize Jak to vyřešit? Je známo, že k vyřešení takového typu úloh je možné použít několik postupů. Zvolen byl tento především pro svou jednoduchost. Na obrázku je uvedeno jak obecné řešení tak i jedno konkrétní (samozřejmě takových řešení existuje více). Je známé, že tato úloha má vždy řešení již při použití čtyř barev. Jeho nalezení je velmi složité nejen pro žáky, což byl hlavní důvod, proč bylo v zadání barevných čtverců použito pěti barev. Aby měla úloha řešení je třeba, aby žádný z vrcholů neměl hodnotu vyšší než je počet barev, které jsou při řešení k dispozici. [14]



Obrázek 13: Obecné a konkrétní řešení úlohy Barevný čtverec 1

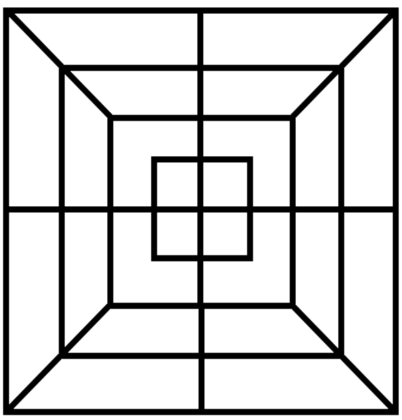
Alternativy zadání: Žákům může být předložen stejný obrázek vitráže, ale postupně omezujeme počet barev, které mohou žáci k vykreslení plošek využít. Další zadání může vést žáky k úvaze nad možnostmi řešení Barevného čtverce s ohledem na počet různých pastelek. Další variantou je zadání složitějších čtverců nebo jiných obrazců, které jsou předlohou.

Barevný čtverec 2

Náročnost: střední **Věk:** adolescent

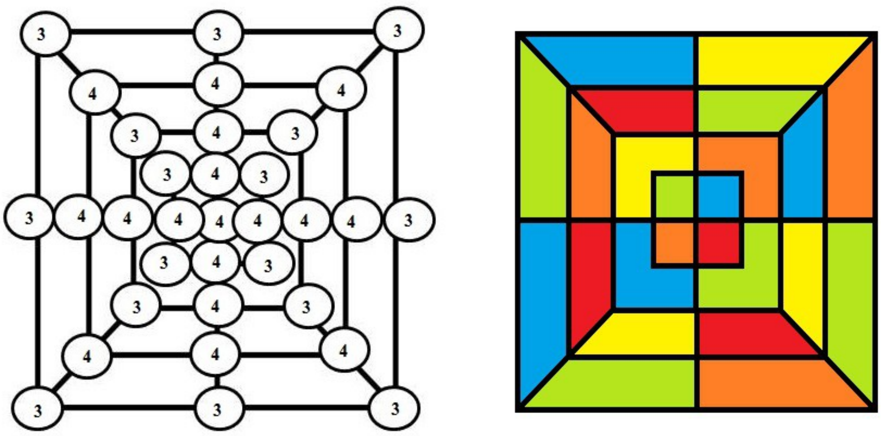
Čas: 5 minut **Zaměření:** problém čtyř barev (B)

Zadání: Vybarvěte jednotlivé plošky čtverce pěti různými barvami, například žlutou, oranžovou, červenou, modrou a zelenou. Při vybarvování postupujte tak, aby se stejné barvy nikde nedotýkaly. Stejně barevné plošky se nesmí dotýkat ani růžkem.



Obrázek 14: Zadání Barevný čtverec 2

Řešení: Tuto úlohu řešíme obdobně jako v případě Barevného čtverce 1. Na obrázku 15 jsou uvedena obě řešení - jak obecné, tak i jedno konkrétní.



Obrázek 15: Obecné a konkrétní řešení úlohy Barevný čtverec 2

Alternativy zadání: Další alternativou, kterou tato oblast nabízí, je použití stejné předlohy Barevného čtverce s nižším počtem barev. Žáci mohou zkoušet, zda lze stejnou vitráž vybarvit pouze třemi různými pastelkami. Pokud je to možné, opět můžeme jednu barvu ubrat. Pokud by to již možné nebylo, můžeme zadání úlohy rozšířit o nalezení příčiny, kvůli které nelze vitráž vykreslit. Další alternativa spočívá v zadávání složitějších obrazců a jejich kombinací vzhledem k počtu barev, které mohou být použity.

Kanibalové a misionáři 1

Náročnost: střední **Věk:** adolescent

Čas: 10-15 minut **Zaměření:** stavový prostor úlohy (B)

Zadání: Tři misionáři se vydali na osvětovou misii a jako průvodce mají tři kanibaly. Potřebují překonat řeku, ovšem loďka uveze nejvýše dva lidi. Kanibalové zatím nejsou dostatečně poznamenáni misionářskou osvětou, takže pokud se kdykoli vyskytne na jednom místě více kanibalů než misionářů, budou misionáři snědeni. Jinak však kanibalové spolupracují a udělají, co jim misionáři řeknou. Nalezněte způsob, jak se všichni kanibalové a misionáři dostanou na druhý břeh řeky. [14]

Řešení: Tato úloha je podobná úloze Vlk, koza a zelí. Je tedy třeba prohledat stavový prostor úlohy.

Alternativy řešení: Tuto úlohu je možné dále modifikovat a měnit přidáváním dalších členů a také pravidel, které mezi členy platí. Možné je omezit počet kroků, které lze při jejím řešení využít. Toto je možné uplatnit u všech následujících úloh, které jsou zaměřeny na prohledávání stavového prostoru úlohy.

Kanibalové a misionáři 2

Náročnost: těžká **Věk:** adolescent

Čas: 10-15 minut **Zaměření:** stavový prostor úlohy (B)

Zadání: Tři misionáři se vydali na osvětovou misii a jako průvodce mají tři kanibaly. Potřebují překonat řeku, ovšem loďka uveze nejvýše dva lidi. Bohužel pádlovat umí jen jeden z kanibalů a jeden z misionářů. Ostatní pádlovat neumějí. Kanibalové zatím nejsou dostatečně poznamenáni misionářskou osvětou, takže pokud se kdykoli vyskytne na jednom místě více kanibalů než misionářů, budou misionáři snědeni. Jinak však kanibalové spolupracují a udělají, co jim misionáři řeknou. Nalezněte způsob, jak se všichni kanibalové a misionáři dostanou na druhý břeh řeky. [14]

Řešení: I v tomto případě je úloha podobná té o Vlku, koze a zelí. Řešení opět spočívá v analýze stavového prostoru. Řešení je uvedeno v příloze 2.

Alternativa zadání: I v tomto případě je možné obměňovat zadání tak, jak je popsáno u řešení úlohy Kanibalové a misionáři 1.

Velká výprava

Náročnost: těžká **Věk:** adolescent

Čas: 10-15 minut **Zaměření:** stavový prostor úlohy (B)

Zadání: K řece dorazila opravdu zajímavá výprava čítající otce, matku, dva syny, dvě dcery, policistu a zloděje. K dispozici má výprava loď, která uveze pouze dvě osoby. Navíc existuje celá řada omezení [14]:

- Otec nemůže být sám ani s jednou dcerou bez přítomnosti matky.
- Matka nemůže být sama ani s jedním synem bez přítomnosti otce.
- Zloděj nesmí být s nikým z příslušníků rodiny bez přítomnosti policisty.
- Pouze otec, matka a policista umí pádlovat.

Řešení: I v tomto případě je nutno úlohu řešit prohledáním stavového prostoru obdobně jak tomu je v úloze Vlk, koza a zelí.

Alternativy zadání: I v tomto případě je možné obměňovat zadání tak, jak je popsáno u řešení úlohy Kanibalové a misionáři 1.

Zranění muži 1

Náročnost: nízká **Věk:** starší školní věk

Čas: 5 minut **Zaměření:** logická úloha (B)

Zadání: Na jedné straně mostu jsou čtyři ranění muži. Je tma a most je rozbitý, takže po mostě mohou jít nanejvýš dva muži současně a potřebují k tomu baterku, kterou ovšem mají pouze jednu. Baterku nemohou házet. Míra zranění se liší, takže přechod mostu trvá každému muži jinou dobu: 5 min, 10 min, 20 min a 25 min. Pokud jdou dva společně, jdou samozřejmě tempem pomalejšího. Vaším úkolem je najít způsob, jak se všichni zranění dostanou na druhý břeh. [14]

Řešení: Vzhledem k zadání je nejrychlejší, když nosičem baterky bude muž, který je nejméně zraněný a přejde most jen za 5 minut. Je třeba také započítat čas, který muž stráví při návratu ke zraněným. Celkový čas přesunu všech zraněných přes most je 65 minut.

Alternativy zadání: Zadání úlohy lze dále modifikovat ve smyslu přidání dalších osob nebo jiných pravidel platnosti.

Zranění muži 2

Náročnost: střední **Věk:** adolescent

Čas: 5 minut **Zaměření:** stavový prostor úlohy (B)

Zadání: Na jedné straně mostu jsou čtyři ranění muži. Je tma a most je rozbitý, takže po mostě mohou jít nanejvýš dva muži současně a potřebují k tomu baterku, kterou ovšem mají pouze jednu. Baterku nemohou házet. Míra zranění se liší, takže přechod mostu trvá každému muži jinou dobu: 5 min, 10 min, 20 min a 25 min. Pokud jdou dva společně, jdou samozřejmě tempem pomalejšího. Je docela jednoduché najít postup, jak se mohou všichni dostat na druhou stranu za 65 minut. Úkolem však je najít rychlejší řešení. [14]

Řešení: Existuje i řešení, kdy se mohou všichni čtyři zranění přepravit na druhou stranu mostu za 60 minut. Myšlenka spočívá v tom, že dva nejpomalejší zranění musí jít spolu.

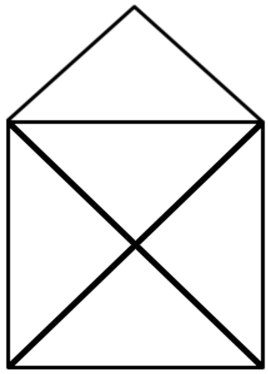
Alternativy zadání: Alternativy zadání jsou uvedeny u úlohy Zranění muži 1.

Kresba jedním tahem 1

Náročnost: nízká **Věk:** starší školní věk

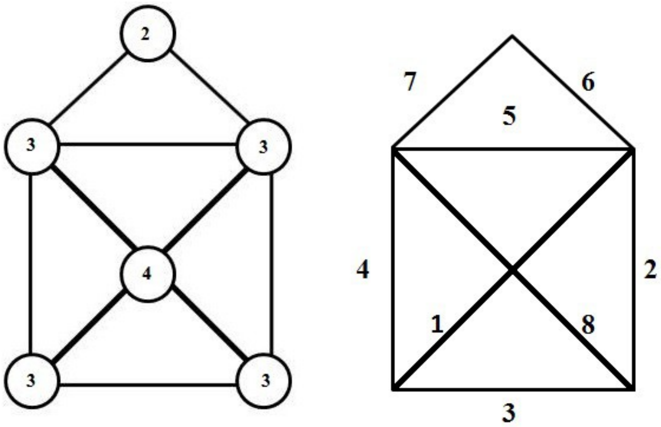
Čas: 2-5 minut **Zaměření:** hledání cesty v grafu (B)

Zadání: Dle předlohy překreslete domeček jedním tahem tužky, je-li to možné. [14]



Obrázek 16: Zadání Kresby jedním tahem 1

Řešení: Obecné pravidlo, které musí být splněno, aby měla Kresba jedním tahem řešení je, že všechny vrcholy v domě (grafu) mají sudý stupeň. V takovém případě je možné začít kresbu v libovolném vrcholu domu. Nebo je možné, že existuje právě sudý počet vrcholů s lichým stupněm. V takovém případě je třeba v jednom z vrcholů tahy začít a v druhém je skončit. Stupeň vrcholu je určen počtem hran, které do vrcholu vedou. Na obrázku 17 je uvedeno jak ohodnocení vrcholů domečku (grafu), tak i ukázka jednoho konkrétního řešení.



Obrázek 17: Řešení Kresby jedním tahem 1

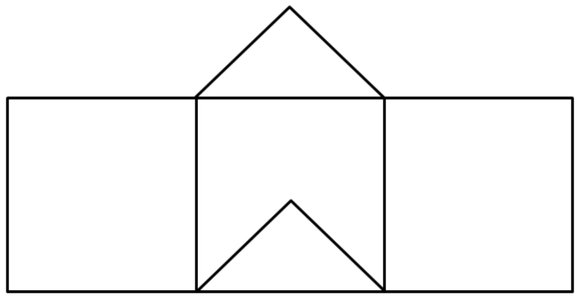
Alternativy zadání: Tuto úlohu je možné dále měnit, změníme-li obrázek, který je určen k překreslení. Žáky také můžeme instruovat, aby nalezli další řešení, existují-li, a nebo svá řešení zobecnili. Využít můžeme mnohem složitějších a také zajímavějších obrázků. Další variantou je možnost seznámit žáky s úlohami tohoto charakteru, které ale nemají řešení. Stejně můžeme postupovat u analogických úlohy.

Kresba jedním tahem 2

Náročnost: střední **Věk:** adolescent

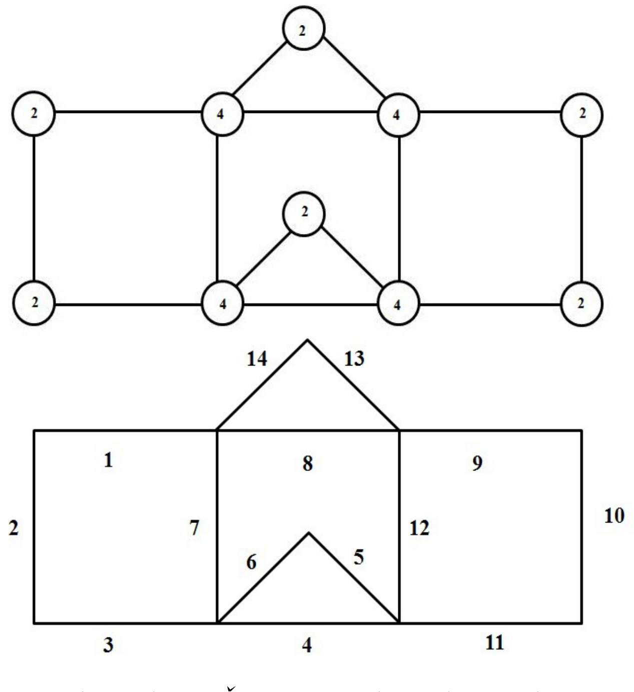
Čas: 2-5 minut **Zaměření:** hledání cesty v grafu (B)

Zadání: Dle předlohy překreslete domeček jedním tahem tužky, je-li to možné.



Obrázek 18: Zadání Kresby jedním tahem 2

Řešení: Obdobné řešení jako u úlohy Kresba jedním tahem 1. Rovněž jsou vrcholy domu (grafu) ohodnoceny a následuje jedno z možných řešení.



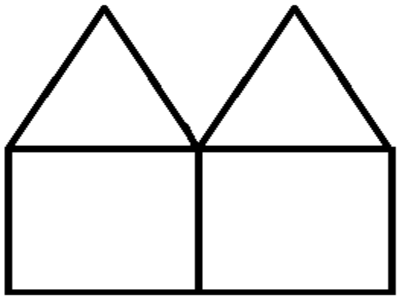
Obrázek 19: Řešení Kresby jedním tahem 2

Kresba jedním tahem 3

Náročnost: střední **Věk:** adolescent

Čas: 2-5 minut **Zaměření:** hledání cesty v grafu (B)

Zadání: Dle předlohy překreslete domeček jedním tahem tužky, je-li to možné.



Obrázek 20: Zadání Kresba jedním tahem 3

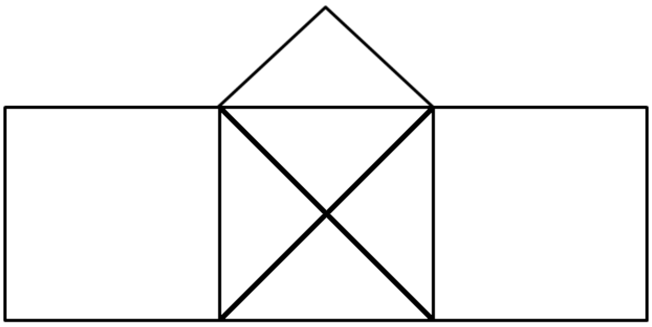
Řešení: Tato úloha nemá řešení. Zdůvodnění je popsáno v řešení úlohy Kresba jedním tahem 1.

Kresba jedním tahem 4

Náročnost: nízká **Věk:** starší školní věk

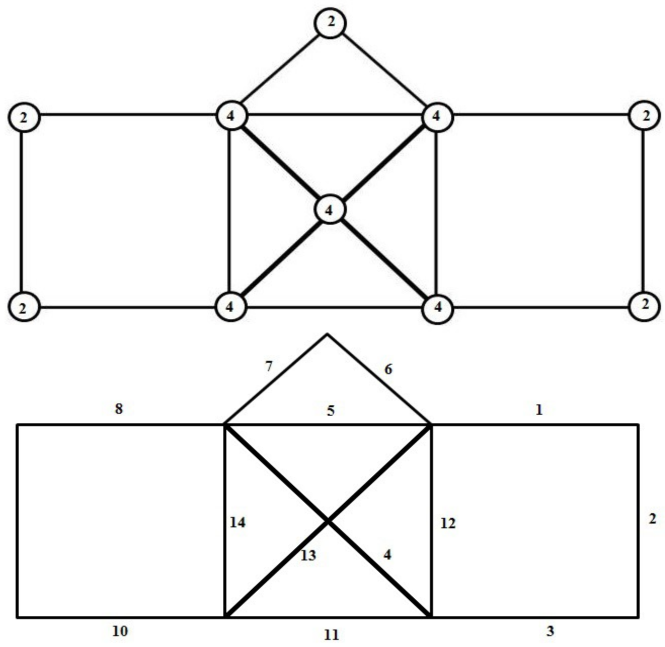
Čas: 2-5 minut **Zaměření:** hledání cesty v grafu (B)

Zadání: Dle předlohy překreslete domeček jedním tahem tužky, je-li to možné.



Obrázek 21: Zadání Kresba jedním tahem 4

Řešení: Stejné jako u Kresby jedním tahem 1, viz obrázek 21.



Obrázek 22: Řešení Kresby jedním tahem 4

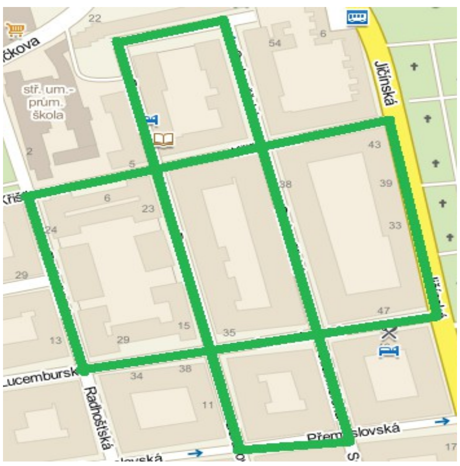
Alternativy zadání: Možné alternativy jsou uvedeny u zadání úlohy Kresba jedním tahem 1.

Pošťák 1

Náročnost: nízká **Věk:** starší školní věk

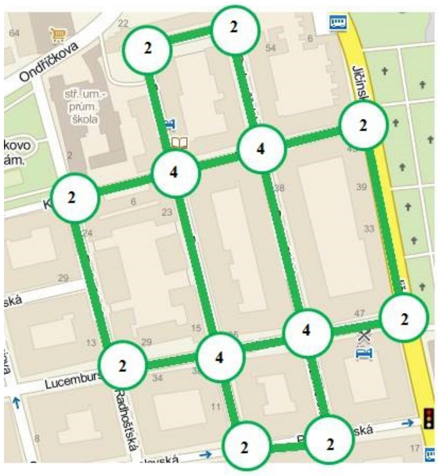
Čas: 5 minut **Zaměření:** hledání hamiltonovské cesty (B)

Zadání: Pošťák při roznášení pošty obchází ve městě pravidelnou trasu. Na mapce jsou zvýrazněny ulice, které pošťák musí projít. Naplánujte pošťákovi trasu tak, aby každou ulicí prošel právě jednou, je-li to vůbec možné. [14]



Obrázek 23: Zadání Pošťák 1

Řešení: Tato úloha je podobná těm, které jsou uvedeny jako Kresby jedním tahem 1 – 4. Jednotlivé uzly jsou opět ohodnoceny počty hran, které do nich vedou. V tomto konkrétním případě mají všechny uzly sudý stupeň. Existuje tedy řešení.



Obrázek 24: Řešení úlohy Pošťák 1

Alternativy zadání: Tento typ úlohy je možné obměňovat především změnou zadané trasy. Pro žáky může být zajímavé řešit tento typ úlohy na mapě, která znázorňuje například okolí školy, čtvrti nebo bydliště.

Pošťák 2

Náročnost: střední **Věk:** adolescent

Čas: 5 minut **Zaměření:** hledání hamiltonovské cesty (B)

Zadání: Pošťák při roznášení pošty obchází ve městě pravidelnou trasu. Na mapce jsou zvýrazněny ulice, které pošťák musí projít. Naplánujte pošťákovi trasu tak, aby každou ulicí prošel právě jednou, je-li to vůbec možné. [14]

Obrázek 25: Zadání Pošťák 2

Řešení: Řešení je obdobné jako v případě úlohy Pošťák 1. I v tomto případě je uveden obrázek 26, ve kterém jsou ohodnoceny jednotlivé vrcholy grafu. Opět se jedná o případ, ve kterém jsou zahrnuty pouze uzly sudého stupně.

Obrázek 26: Řešení úlohy Pošťák 2

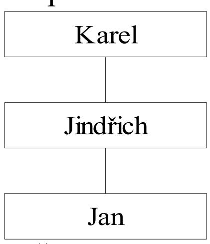
Narozeniny

Náročnost: střední **Věk:** starší školní věk

Čas: 5 minut **Zaměření:** formální popis vazeb (C)

Zadání: Karel má narozeniny dříve než Jindřich. Ten je má zase dříve než Honza. Platí tedy, že proto oslaví Honza narozeniny dříve než Karel?

Řešení: Úlohu je možné názorně zakreslit do obrázku 27, který je založen na informacích, jež máme k dispozici v zadání. Otázka zněla: Platí tedy, že proto oslaví Honza narozeniny dříve než Karel? Ze zadání úlohy a z grafické reprezentace informací ve schématu plyne, že toto tvrzení není pravdivé.



Obrázek 27: Řešení úlohy Narozeniny

Alternativy zadání: Do zadání této úlohy je možné přidat další osoby a opět formalizovat i vztah data narození vzhledem k již zmíněným faktům.

Čert a lakomý sedlák

Náročnost: střední **Věk:** adolescent

Čas: 5 minut **Zaměření:** logická úloha (C)

Zadání: Čert řekl lakomému sedlákovi: „Až se v pondělí probudíš, bude třetina tvých peněz proměněna v kamení, v úterý se stane to samé s třetinou tvých zbývajících peněz a každý další den to samé. „Kolik peněz bude mít sedlák ve čtvrtek?“

Řešení: Ze zadání je možné sestavit tabulku, do které je možné zanášet množství peněz, které sedlákovi každý den zbyde. Z pohledu matematiky se jedná o geometrickou posloupnost, pro jejíž kvocient platí q = 2/3. K nalezení řešení této úlohy není podmínkou znalost této části matematiky, žáci jej mohou dosáhnout i logickou úvahou a použitím postupu, kdy hledají zbylou část peněz pro všechny níže uvedené dny. [12]

Tabulka 23: Řešení úlohy Čert a lakomý sedlák

den	neděle	pondělí	úterý	středa	čtvrtek
množství zbylých peněz	1	2/ 3	4/ 9	8/27	16/81

Alternativy zadání: Zadání této úlohy lze upravovat mnoha směry. Lze nechat žáky spočítat, jaké množství peněz lakomému sedláku zbyde libovolný den v týdnu. Lišit se také může část, která denně propadne peklu, a podobně.

Číselná řada

Náročnost: střední **Věk:** adolescent

Čas: 5 minut **Zaměření:** logická úloha (C)

Zadání: Doplňte další číslo v následující číselné řadě 4, -36, 324, -2916.

Řešení: V případě této číselné řady je nutné, aby žáci nejprve určili jak tato řada vznikla. Z pohledu matematiky se jedná o geometrickou posloupnost s kvocientem q = -9. K řešení úlohy není třeba znát vzorce užívané pro výpočet libovolného členu posloupnosti. Možné je dojít k řešení logickou úvahou. Následující člen této řady je 26 244.

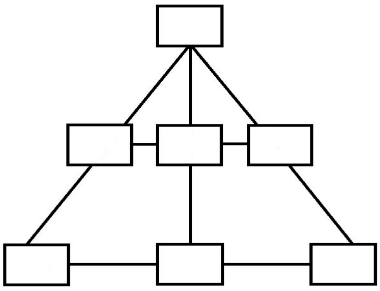
Alternativy zadání: Jako další alternativy této úlohy lze použít prakticky jakoukoliv posloupnost, ať již geometrickou nebo aritmetickou, a nechat žáky počítat její člen. Další variantou je výpočet součtu takové posloupnosti.

Číselný hlavolam

Náročnost: střední **Věk:** starší školní věk

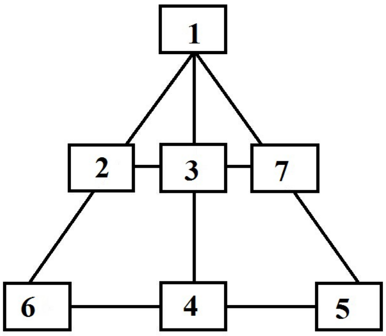
Čas: 5 minut **Zaměření:** logická úloha (C)

Zadání: Doplňte do políček přirozená čísla 1 – 7 tak, aby součet na každé spojnici tří políček byl stejný.



Obrázek 28: Zadání Číselného hlavolamu

Řešení: Přirozená čísla 1 – 7 je nutno v zadané síti rozvrhnout tak, aby součet na všech spojnicích sítě byl stejný.



Obrázek 29: Řešení Číselného hlavolamu

Alternativy zadání: I v tomto případě je možné úlohu libovolně měnit. Síť může být zadána mnohem náročněji a vyplnit ji může více čísel. Omezení nemusí skýtat číselný obor, který je zvolen. Žáci mohou do uzlů umisťovat například čísla celá nebo racionální. Oblíbenou alternativou této úlohy jsou tzv. magické čtverce, které jsou uvedeny v části s neřešenými příklady.

Magický čtverec

Náročnost: střední **Věk:** adolescent

Čas: 5 minut **Zaměření:** logická úloha (C)

Zadání: Doplňte do čtverce libovolná desetinná čísla tak, aby se součty ve všech sloupcích, řádcích a na úhlopříčkách shodovaly.

18,2		14
	11,9	
9,8		

Obrázek 30: Zadání úlohy Magický čtverec

Řešení: U řešení magických čtverců je třeba postupovat systematicky a využívat vlastností, které takový čtverec má. O čtverci víme, že součet čísel v daném řádku, sloupci a také na úhlopříčkách je konstantní. V tomto konkrétním případě nejprve vyhodnotíme součet na úhlopříčce, který je roven číslu 35,7. Následuje dopočítání hodnot, které figurují v zatím prázdných polích. Kompletně doplněný čtverec je uveden na obrázku 31. Řešení magického čtverce existuje vždy a je jen jedno.

18,2	**3,5**	14
7,7	11,9	**16,1**
9,8	**20,3**	**5,6**

Obrázek 31: Řešení úlohy Magický čtverec

Alternativy zadání: Hodnoty v magickém čtverci lze měnit, nebo umístit na jiné pozice.

Závodníci

Náročnost: střední **Věk:** starší školní věk

Čas: 1-2 minuty **Zaměření:** logická úloha (C)

Zadání: Pokud v závodě předběhnete závodníka na druhém místě, na kolikátém místě v závodu budete?

Řešení: Ke správnému řešení této logické úlohy lze dospět velmi jednoduchou úvahou. Když předběhneme druhého závodníka, zaujmeme jeho pozici a obsadíme tak druhé místo.

Alternativy zadání: Úlohu lze dále upravovat a klást omezující podmínky. Vždy záleží na formulaci zadání. Dbát musíme především na jednoznačnost.

Ponožky

Náročnost: střední **Věk:** adolescent

Čas: 1-2 minuty **Zaměření:** logická úloha (C)

Zadání: V šuplíku je osm černých párů ponožek a dvanáct párů bílých ponožek. Pravá a levá ponožka jsou od sebe k nerozeznání. Potmě taháte ze šuplíku ponožky a chcete z domu odejít ve stejně barevném páru. Kolik ponožek nejméně musíte z šuplíku vytáhnout?

Řešení: K řešení je možné využít logické úvahy nebo kombinatorického výpočtu. Ze zadání úlohy je známo, že v šuplíku se nachází osm párů černých a osm párů bílých ponožek. Pravé a levé ponožky jsou od sebe k nerozeznání. Jedinou podmínkou v této úloze je fakt, že chceme odejít z domu ve stejnobarevném páru. Řešení úlohy je znázorněno v tabulce 24.

Tabulka 24: Řešení úlohy Ponožky

1. tah	2. tah	3. tah	barva páru
černá	černá	libovolná barva	černá
	bílá	bílá	bílá
		černá	černá

1. tah	2. tah	3. tah	barva páru
bílá	bílá	libovolná barva	bílá
	černá	bílá	bílá
		černá	černá

Alternativy zadání: Úlohu lze dále modifikovat přidáváním dalších různobarevných párů do šuplíku. Existuje nespočet úloh, které jsou založeny na stejném principu, jedná se například o tahání různobarevných míčků ze sáčku a podobně.

Závěr

V první kapitole práce byly podrobně popsány závazné dokumenty, podle kterých se řídí současný školský systém, se zaměřením na oblasti ICT, Informatika a ICT a Matematika a její aplikace. Následně byly ve druhé kapitole vymezeny základní úlohy teoretické informatiky a rozpracovány oblasti, na které se zaměřují úlohy sbírky, dle RVP ZV a RPV G. Třetí kapitola je souhrnem základních faktů, která specifikují dvě vývojová období. Úlohy jsou vytvořeny pro žáky staršího školního věku a adolescenty. Velmi podrobně je popsán především kognitivní vývoj. Nejrozsáhlejší částí této diplomové práce je kapitola, která je věnována samotnému testování přístupů k řešení úloh. Uvedeny jsou zde úlohy, jejich řešení, druhé alternativy a také výsledky srovnání přístupu. Na základě sondy bylo zjištěno, že žáci přistupují k řešení úloh v informatice především heuristickými a grafickými metodami tak, jak jsou popsány v kapitole Metody řešení úloh.

V závěru práce jsou uvedeny zbylé úlohy sbírky. Zadání jednotlivých úloh bylo sestaveno na základě prostudování odborné psychologické literatury. Je sestaveno tak, aby bylo atraktivní a pochopitelné pro dvě věkové kategorie (starší školní věk a adolescent). Sbírka je členěna do tří kategorií, které označují písmena A, B a C. Každá kategorie se věnuje jedné oblasti informatiky. Skupina A je zaměřena na rozvoj algoritmizace. Skupina B je inspirována základy teorie grafů. Skupina C se pak věnuje úlohám, které jsou určeny k rozvoji logiky. Sbírku je možné chápat jako soubor rozcviček, které mohou být zařazeny na začátku hodiny jako aktivačně-motivační prvek.

Cílem této diplomové práce bylo sestavení sbírky vybraných úloh z teoretické informatiky, ze které byly vybrány tři modelové úlohy pro dvě různé věkové kategorie. Ve dvojici byla vždy první určena žákům staršího školního věku a druhá adolescentům. Vybrány byly tyto úlohy: Pavoučí síť a Cesta po krajských městech, Vlk, koza a zelí společně s úlohou Žárliví manželé, poslední úlohy byly Dům a Výlet. Tyto úlohy byly opakovaně zadány odpovídajícím si ročníkům dvou osmiletých gymnázií v Liberci, a to Gymnázia Františka Xavera Šaldy v Liberci a Gymnázia a Střední odborné školy pedagogické Liberec Jeronýmova. Při prvním zadání úlohy žáci neměli k dispozici žádnou oporu. Po vyhodnocení byly žákům sděleny jejich výsledky a předvedena optimální řešení pro každou úlohu. Následně byla žákům zadána druhá alternativa úloh. Na základě tohoto testování bylo vytvořeno srovnání přístupu žáků k řešení úloh. Bylo zjištěno, že žáci při řešení úloh přistupují především heuristickými nebo grafickými metodami. Při opakovaném zadání úloh použili žáci k jejich řešení zpravidla stejných metod s větší efektivitou. Především pro pedagogy byl, jako přímí důsledek sondy, vytvořen e-learningového kurzu, který je dostupný na Moodlu FP TUL. V kurzu jsou dostupné pracovní listy s třiceti úlohami včetně jejich řešení.

Použité zdroje

1. Černý, M., Henzler, J., Pelikán J. *Matematické základy informatiky.* 1. vyd. Praha: Oeconomica, 2011. ISBN 978-80-245-1778-0.
2. Červenková, P. *Podmínky výuky ICT pro handicapované žáky.* Liberec, 2011, 57 s. Bakalářská práce na Fakultě přírodovědně-humanitní a pedagogické Technické univerzity v Liberci, Ústav nových technologií a aplikované informatiky. Vedoucí diplomové práce Mgr. Jan Berki.
3. Demel, J. *Grafy a jejich aplikace.* 1. vyd. Praha: Academia, nakladatelství Akademie věd České republiky, 2002. ISBN 80-200-0990-6.
4. Dietrich, R., Müller, R., Wenzel, W. *Jak se naučit a trénovat logické myšlení.* 1. vyd. Praha: Euromedia Group, k.s., 2007. ISBN 978-80-242-1871-7.
5. Dostálová, L., a kolektiv. *Elektronická databáze příkladů pro výuku logiky na VŠ.* 1. vyd. Plzeň: Vydavatelství Západočeské univerzity v Plzni, 2009. ISBN 978-80-7043-864-0.
6. *Fakulta informatiky Masarykovy univerzity.* [online]. 15. 2. 2013. [vid 15. 2. 2013]. Dostupné z: http://www.fi.muni.cz/~qprokes/
7. Fontana, D. *Psychologie ve školní praxi.* 3. vyd. Praha: Portál, s. r. o., 2010. ISBN 978.80-7367-725-1.
8. Hendl, J. *Přehled statistických metod: analýza a metaanalýza dat.* 3. vyd. Praha: Portál, 2009. ISBN 978-80-7367-482-3.
9. Kolář, J. *Teoretická informatika.* 1.vyd. Praha: Česká technika, nakladatelství Českého vysokého učení technického v Praze, 2009. ISBN 978-80-01-04331-8.
10. Laiťochová, J. *Algoritmizace.* 1. vyd. Olomouc: Pedagogická fakulta Univerzity Palackého v Olomouci, 1991. ISBN 80-7067-960-3.
11. Langmajer, J., Krejčíková, D. *Vývojová psychologie pro dětské lékaře*. 2. vyd. Praha: Grada, 2006. ISBN 978-80-247-1284-0.
12. Loukotka, J. *Veselá matematika aneb kouzla, hříčky, hádanky, rébusy a hlavolamy.* 1. vyd. Olomouc: Nakladatelství Votobia, 1998. ISBN80-7198-318-7.
13. Parlette, S. *Tipy, triky a techniky pro trénink mozku*. 1. vyd. Praha: Portál, s. r. o., 2003. 167 s. ISBN 80-7178-709-4.

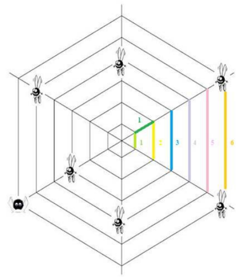
14. Pelánek, R. *Teorie grafů, poznámky pro učitele.* Dostupné z: http://www.fi.muni.cz/~xpelanek/ucitele/data/Teorie%20grafu%20-%20sbirka %20hadanek%20-%20zadani%20s%20resenim%20pro%20ucitele.pdf
15. Piaget, J. *Psychologie inteligenc*e. 2. vyd. Praha: Portál, 1999. ISBN 978-80-7178-309-1.
16. Priest, G.: *Logika, průvodce pro každého*. 1. vyd. Praha: Dokořán, s. r. o., 2007. ISBN 978-80-7363-124-6.
17. *Jean Piaget in Wikipedia, otevřená encyklopedie.* [online] Wikipedia, otevřená encyklopedie, 2013. Dostupné na internetu: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Jean_Piaget>.
18. Póyla, G.: *How to solve it: A New Aspect of Mathematical Method.* 2nd printing. Princeton: Princeton Science Library Press, 1985. ISBN: 978-0-691-11966-3.
19. Pšeničková, J. *Algoritmizace.* 2. vyd. Kralice na Hané: Computer Media, 2009. ISBN 978-80-7402-034-6.
20. *Rámcově vzdělávací program pro gymnázia.* [online]. 1. vyd. Praha: Výzkumný ústav pedagogický, 2007, [cit. 11-1-2013]. Dostupné na internetu: <http://www.msmt.cz/uploads/Vzdelavani/Skolska_reforma/RVP/RVP_gym>.
21. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání* (se změnami provedenými k 1. 9. 2007). [online]. 3. vyd. Praha: Výzkumný ústav pedagogický, 2007, [cit. 13-1-2013]. Dostupné na internetu: <http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2009/12/RVPZV_2007-071.pdf>.
22. Roubal, P. *Informatika a výpočetní technika, teoretická učebnice.* 1. vyd. Brno: Computer Press, 2012. ISBN 978-80-251-3228-9.
23. Sochor, A. *Logika pro všechny ochotné myslet*. 1. vyd. Praha: Karolinum, 2011. ISBN 978-80-246-1959-0.
24. *Úplné znění školského zákona č. 561/2004.* [online]. 1. vyd. Dostupné na internetu: <http://www.msmt.cz/dokumenty/uplne-zneni-zakona-c-561-2004-sb>.
25. Vaníček, J., a kolektiv. *Teoretické základy informatiky.* 1. vyd. Praha: Kernberg, 2007. ISBN 80-903962-4-1.

Seznam příloh

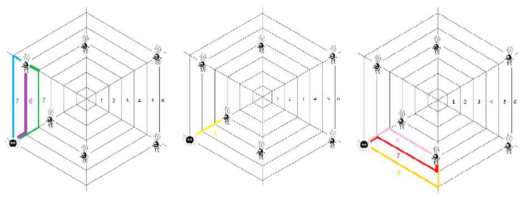
Příloha č. 1: Úryvek z prezentace Výsledky a řešení úloh (starší školní věk)

Výsledky a řešení úloh
(2G)

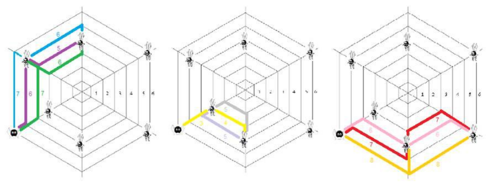
Zadání: Do sítě zakreslete cestu pavouka z vyznačeného místa a zpět tak, aby jeho cesta byla co možná nejkratší. Čísla uvedená v pravé části obrázku udávají délku dané cesty.



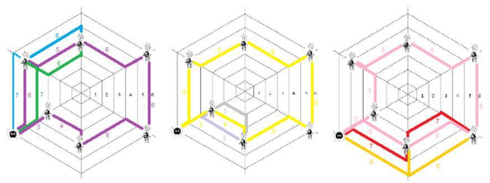
Řešení I.



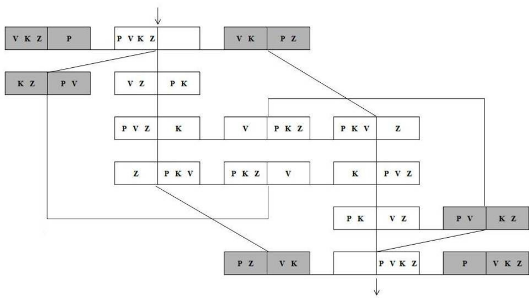
Řešení II.



Řešení III.



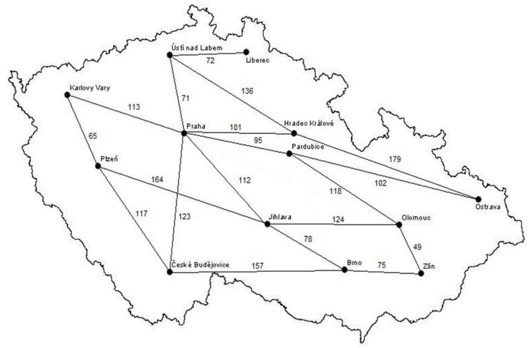
Nejkratší možné řešení je vyznačeno fialovou a žlutou barvou jen v opačných směrech, 36 kroků.



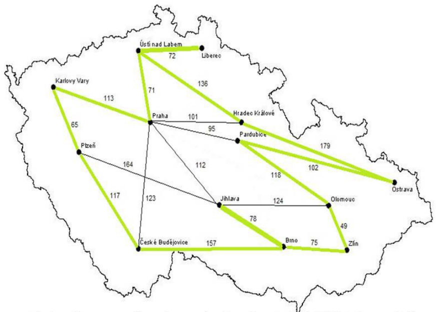
patro domu	jméno bratra
3. patro	Stanislav
2. patro	Vojtěch
1. patro	Luděk
přízemí	David

Příloha č. 2: Úryvek z prezentace Výsledky a řešení úloh (adolescent)

Výsledky a řešení úloh (3G)



Řešení I.



Zeleně vyznačená cesta je dlouhá 1482 kilometrů.

Řešení II.

manželé			dopravní prostředek	jméno hradu
příjmení	manžel	manželka		
Junkovi	Robert	Božena	kolo	Kokořín
Mládkovi	Jiří	Milada	auto	Karlštejn
Bláhovi	Petr	Růžena	autobus	Křivoklát
Houdkovi	Karel	Jitka	vlak	Konopiště